ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА
JOURNAL OF NUCLEAR PHYSIC
т. 18, вып. 1, 1973

«ЛИШНИЕ» ГОЛДСТОУНЫ В КАЛИБРОВОЧНОЙ ТЕОРИИ СО СПОНТАННЫМ НАРУШЕНИЕМ

И. В. ТЮТИН, Е. С. ФРАДКИН

ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. П. Н. ЛЕБЕДЕВА АН СССР

(Поступила в редакцию 2 января 1973 г.)

На примере теории нейтральных калибровочных полей со спонтанным нарушением симметрии обсуждается вопрос о физическом характере голдстоуновских полей в случае, когда при выключенном калибровочном взаимодействии имеются «лишние» голдстоуновские поля, т. е. число голдстоуновских полей превышает число параметров спонтанно нарушенных калибровочных преобразований. Показывается, что «лишние» голдстоуны при включении калибровочного взаимодействия остаются физическими (и имеют нулевую или очень малую массу).

1. Введение

Прогресс в развитии теории калибровочных полей в сочетании с идеей нарушенной симметрии позволяет надеяться, что удастся на этой основе построить перенормируемую теорию не только электромагнитного, но и слабого и сильного взаимодействий элементарных частиц. Основные идеи построения таких теорий сводятся к следующему: а) постулируется группа внутренней симметрии и на этой основе строится перенормируемый вариант взаимодействия ферми- и бозе-полей с соответствующими калибровочными полями; б) параметры скалярных полей подбираются так, чтобы симметричная теория для скалярных частиц была неустойчивой. Вследствие этого в системе реализуется решение с нарушенной симметрией; при этом появляются отличные от нуля вакуумные ожидания (и соответствующие им голдстоуновские частицы) для ряда скалярных полей. Последнее в свою очередь приводит к тому, что некоторое число векторных частиц становятся массивными и одновременно появляются массовые добавки у ферми- и бозе-полей. Фундаментальность этого метода построения перенормируемых взаимодействий делает важным анализ всех возможных ограничений, которые необходимо учитывать при построении модели таких теорий. Главные ограничения сводятся к выбору группы симметрии подходящих мультиплетов частиц и к обеспечению отсутствия аномальных особенностей (Адлера) в выбранной модели.

В настоящей работе проведено рассмотрение некоторых моделей спонтанного нарушения калибровочной симметрии, цель которого — обратить внимание еще на одно обстоятельство: число голдстоуновских бозонов в теории с выключенным калибровочным взаимодействием не должно превышать числа векторных мезонов, которые приобретают массу после включения калибровочного взаимодействия. Как известно [1–5], после включения калибровочного взаимодействия голдстоуновские поля, возникающие при спонтанном нарушении симметрии, становятся нефизическими. Оказывается, что «лишние» голдстоуновские поля остаются физическими. Поэтому, при построении моделей следует позаботиться о том, чтобы теория не страдала от избытка голдстоуновских частиц.

В разделе 2 рассмотрена модель калибровочного поля, взаимодействующего с двумя скалярными полями, оба из которых нарушают спонтанно симметрию. Показывается, что один из голдстоунов остается физическим. В разделе 3 рассмотрена модель нейтрального векторного мезона с отличной от нуля затравочной массой, взаимодействующего со скалярным полем, спонтанно нарушающим симметрию. В этой модели голдстоун также остается физическим. Получено выражение для производящего функционала в «унитарной» калибровке. В разделе 4 модель предыдущего раздела модифицируется с помощью включения дополнительного взаимодействия скалярного мезона с калибровочным полем. В этом случае, как показано, голдстоуновский бозон становится нефизическим.

2. Спонтанное нарушение симметрии двумя скалярными полями

Рассмотрим теорию, описываемую следующим лагранжианом:

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \sum_i \left\{ |(i\partial_\mu + e_i A_\mu)\varphi_i|^2 - \frac{\lambda_i^2}{4}\left(\varphi_i^+\varphi_i - \frac{1}{2}a_i^2\right)^2 \right\} + \frac{\alpha}{2}(\partial_\mu A_\mu)^2, \tag{1}$$

φ_i — два комплексных скалярных поля, спонтанно нарушающих калибровочную симметрию

$$\langle 0|\varphi_i|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}b_i, \tag{2}$$

член $\alpha(\partial_\mu A_\mu)^2/2$ добавлен к лагранжиану для фиксирования калибровки.

Введем следующее разложение:

$$\varphi_i = \frac{1}{\sqrt{2}}(b_i + \sigma_i + iB_i), \tag{3}$$

вакуумные средние полей σ_i, B_i равны нулю.

Вместо констант e_i, λ_i, a_i будем считать фиксированными константы

$$e_i, \qquad M = (e_1^2 b_1^2 + e_2^2 b_2^2)^{1/2}, \qquad m_i = \lambda_i b_i, \qquad \delta = \arccos\frac{e_1 b_1}{M}. \tag{4}$$

Тогда лагранжиан (1) переписывается следующим образом:

$$\begin{aligned} L = &-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \frac{M^2}{2}A_\mu^2 + MB_+\,\partial_\mu A_\mu + \frac{\alpha}{2}(\partial_\mu A_\mu)^2 + \frac{1}{2}\sum_i (\partial_\mu B_i\,\partial_\mu B_i + \\ &+ \partial_\mu\sigma_i\,\partial_\mu\sigma_i - m_i^2\sigma_i^2) + \sum_i \Big[e_i A(B_i \overleftrightarrow{\partial_\mu}\sigma_i) + e_i M\cos\delta_i\sigma_i A_\mu^2 + \\ &+ \frac{e_i^2}{2}A_\mu^2(\sigma_i^2 + B_i^2) - \frac{e_i^2 m_i^2}{8M^2\cos^2\delta_i}(\sigma_i^2 + B_i^2)^2 - \frac{e_i^2 m_i^2}{2M\cos\delta_i}\sigma_i(\sigma_i^2 + B_i^2) - \\ &- \frac{e_i\beta_i}{2}(\sigma_i^2 + B_i^2) - \beta_i M\cos\delta_i\sigma_i \Big], \end{aligned} \tag{5}$$

$$\beta_i = \frac{\lambda_i^2(b_i - a_i)b_i}{2M\cos\delta_i}, \qquad B_+ = B_1\cos\delta + B_2\sin\delta, \qquad \delta_1 = \delta, \qquad \delta_2 = \frac{\pi}{2} - \delta. \tag{6}$$

Отметим, что β_i являются функциями зарядов e_i и разложение β_i в ряд по степеням e_i начинается, по крайней мере, с первых степеней зарядов. Кроме того, как следует из (5), в рамках теории возмущений по e_i затравочные массы поля A_μ — M, полей σ_i — m_i, а затравочные массы полей B_i равны нулю. Производящий функционал для теории (5), который можно построить с помощью метода канонического квантования, имеет вид

$$Z = \int dA_\mu\, d\sigma_i\, dB_i \exp\left\{ i\int dx(L + A_\mu J_\mu + \eta_i\sigma_i + \theta_i B_i) \right\}. \tag{7}$$

Делая в (7) калибровочную замену переменных:

$$A_\mu \to A_\mu + \partial_\mu \xi, \quad \sigma_i \to \sigma_i - e\xi B_i, \quad B_i \to B_i + e_i b_i \xi + e_i \xi \sigma_i, \tag{8}$$

относительно которой L (и, конечно, Z) инвариантны (ξ — бесконечно малая функция), и приравнивая нулю первую вариацию Z по ξ, получаем набор тождеств Уорда теории

$$\left\{\alpha \Box \partial_\mu \frac{\delta}{i\delta J_\mu(x)} - \partial_\mu J_\mu(x) + \sum_j \left[e_j \theta_j(x) \left(b_i + \frac{\delta}{e\delta\eta_j(x)} \right) - \right.\right.$$
$$\left.\left. - e_j \eta_j(x) \frac{\delta}{i\delta\theta_j(x)} \right]\right\} Z = 0. \tag{9}$$

Дальнейшие выкладки полностью аналогичны вычислениям работы [4], и мы не будем приводить подробности. Из тождеств Уорда для двух точечных функций Грина получаем

$$D^A_{\mu\nu} \equiv \langle A_\mu A_\nu \rangle = P_{\mu\nu} d^A - \frac{i}{\alpha} \frac{1}{\Box} L_{\mu\nu}, \tag{10}$$

$$D_\mu^{AB_+} \equiv \langle A_\mu B_+ \rangle = \frac{i}{\alpha} \frac{M}{\Box^2} \partial_\mu, \qquad D_\mu^{AB_-} \equiv \langle A_\mu B_- \rangle = 0, \tag{11}$$

где

$$P_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} - \partial_\mu \partial_\nu / \Box, \qquad L_{\mu\nu} = \partial_\mu \partial_\nu / \Box, \tag{12}$$

$$B_- = -\sin \delta B_1 + \cos \delta B_2. \tag{13}$$

$\langle \ldots \rangle$ означает вакуумное среднее T-произведения соответствующих полей.

Рассмотрим подробнее структуру точной функции Грина $D_{\beta\beta'}$ поля $\Omega_\beta = (A_\mu, B_+, B_-)$:

$$D_{\mu\nu} = D^A_{\mu\nu} = i P_{\mu\nu} \frac{1}{\Box + M^2 + \Pi_1} + i \frac{Q_1}{Q_4} L_{\mu\nu}, \tag{14}$$

$$D_{\mu+} = D_\mu^{AB_+} = i \frac{Q_2}{Q_4} \partial_\mu, \qquad D_{\mu-} = D_\mu^{AB_-} = -i \frac{Q_1 \Pi_7 + Q_2 \Pi_4}{Q_4} \partial_\mu, \tag{15}$$

$$D_{++} = \langle B_+ B_+ \rangle = -i \frac{\Box + \Pi_5}{Q_1} - i \frac{\Box Q_2^2}{Q_4}, \tag{16}$$

$$D_{--} = \langle B_- B_- \rangle = -i \frac{\Box + \Pi_3}{Q_1}, \qquad D_{+-} = i \frac{\Pi_4}{Q_1}; \tag{17}$$

здесь Π_β — инвариантные функции поляризационного оператора $\Pi_{\beta\beta'}$:

$$\begin{gathered} \Pi_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}\Pi_1 + \partial_\mu \partial_\nu \Pi_2, \quad \Pi_{\mu+} = -\Pi_6 \partial_\mu, \quad \Pi_{\mu-} = -\Pi_7 \partial_\mu, \\ \Pi_{++} = \Pi_3, \quad \Pi_{--} = \Pi_5, \quad \Pi_{+-} = \Pi_4. \end{gathered} \tag{18}$$

$$Q_1 = (\Box + \Pi_3)(\Box + \Pi_5) - \Pi_4^2, \qquad Q_2 = \Pi_4 \Pi_7 - (M + \Pi_6)(\Box + \Pi_5), \tag{19}$$

$$\begin{gathered} Q_3 = (M^2 + \Box \Pi_2 - \alpha \Box + \Pi_1)(\Box + \Pi_5) - \Box \Pi_7^2, \\ (\Box + \Pi_5) Q_4 + \Box Q_2^2 = Q_1 Q_3. \end{gathered} \tag{20}$$

Сравнивая (14) — (17) с (10), (11), получаем

$$\frac{Q_1}{Q_4} = -\frac{1}{\alpha \Box}, \qquad \frac{Q_2}{Q_4} = \frac{M}{\alpha \Box^2}, \qquad Q_1 \Pi_7 + Q_2 \Pi_4 = 0, \tag{21}$$

и, кроме того, из (21)

$$D_{++} = i\frac{M^2}{\alpha\Box^2} - i\frac{\Box + \Pi_5}{Q_1}. \tag{22}$$

Из (21) следует, что Q_4 должна иметь следующий вид:

$$Q_4 = \Box^2 \bar{Q}_4 \tag{23}$$

(причем $\bar{Q}_4$ не имеет особенностей, в рамках теории возмущений, при нулевом импульсе), а также

$$Q_1 = \Box \bar{Q}_1. \tag{24}$$

Отметим, что (24) следует также и из (23). Далее мы должны рассмотреть два случая:

1) $\bar{Q}_4(0) \neq 0,$ (25)

2) $\bar{Q}_4(0) = 0.$ (26)

Отметим, что в нулевом приближении по заряду (а также и во втором приближении) $\bar{Q}_4(0) = 0$. Нам, однако, не удалось доказать, что это условие выполняется точно.

Итак, рассмотрим случай 1). С помощью (21), (23) и (24) получаем соотношения:

$$\Pi_3(0) = 0, \quad \Pi_4(0) = 0,$$

$$M^2 + \Pi_1(0) = M(M + \Pi_6(0)) = M^2(1 + \Pi_3'), \tag{27}$$

$$\Pi_5(0) \neq 0, \quad \bar{Q}_1(0) \neq 0, \tag{28}$$

где мы ввели обозначение

$$\Pi_\beta' = (\partial \Pi_\beta(\Box)/\partial \Box) \Big|_{\Box = 0}. \tag{29}$$

Мы видим, ограничиваясь для простоты случаем поперечной калибровки, что $D^A_{\mu\nu}$ и D_{++} содержат полюса безмассовых частиц с вычетами, соответственно:

$$-\frac{Z}{M^2} \quad \text{и} \quad Z, \quad Z = \frac{M^2}{M^2 + \Pi_1(0)} = \frac{\Pi_5(0)}{\bar{Q}_1(0)}. \tag{30}$$

D_{+-} и D_{--}, однако, не имеют полюса при $\Box = 0$. Это означает, что второй полюс в системе B_1, B_2 (мы считаем, что система полей B_1, B_2 имеет только два полюса в рамках теории возмущений) находится в точке $\Box \neq 0$. Отметим, однако, что масса такой частицы может появиться только в четвертом порядке теории возмущений.

Случай 2). Получаем соотношения (27), а вместо (28) имеем

$$\Pi_5(0) = 0, \quad \bar{Q}_1(0) = 0, \quad \bar{Q}_1' \neq 0. \tag{28a}$$

Теперь как D_{++}, так и D_{+-} и D_{--} имеют полюса при $\Box = 0$. С помощью полученных соотношений можно проверить, что эти особенности не могут быть описаны как полюса одной безмассовой частицы, но соответствуют полюсам двух безмассовых частиц. Таким образом, в случае 2) обе частицы в системе B_1, B_2 имеют массу нуль.

Выписывая полюсную часть пропагатора $D_{\beta\beta'}$ (в поперечной калибровке $\alpha = \infty$) и используя полученные соотношения, находим, что скалярная часть поля Ω_β имеет в обоих случаях следующий вид:

$$\Omega_\beta^{in} = \frac{\sqrt{Z}}{\sqrt{2}M} e_\beta^{(+)} \varphi_+ + \frac{\sqrt{Z}}{\sqrt{2}M} e_\beta^{(-)} \varphi_- + e_\beta^{(3)} \varphi_3, \tag{31}$$

$$e_\beta^{(\pm)} = (\partial_\mu, \pm M, 0), \quad e_\beta^{(3)} = (0, f_1, f_2). \tag{32}$$

Константы f_1, f_2 могут быть найдены из (16), (17); мы не будем выписывать соответствующие выражения. φ_+, φ_-, φ_3 являются следующими полями:

$$\varphi_\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_1 \pm \varphi_2); \tag{33}$$

φ_1 — безмассовое поле с индефинитной метрикой, φ_2 — безмассовое поле с положительной метрикой, φ_3 — безмассовое в случае 2) и массивное в случае 1) поле с положительной метрикой. Константа Z в обоих случаях равна

$$Z = \frac{M^2}{M^2 + \Pi_1(0)}. \tag{34}$$

Так же, как и в [4], выводим из тождества Уорда (9):

$$_{out}\langle P_1 | \partial_\mu A_\mu(x) | P_2 \rangle_{in} = 0 \tag{35}$$

или

$$\partial_\mu \Gamma_\mu^A(x; P_1, P_2) - M\Gamma^{B_+}(x; P_1, P_2) = 0. \tag{35a}$$

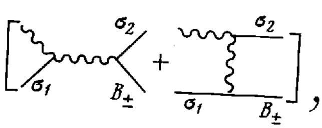
Из (35а) следует, что вероятности излучения частиц φ_1 и φ_2 сокращаются. Однако поле φ_3 в обоих случаях, 1) и 2), излучается и, таким образом, должно входить в набор физических полей.

Проиллюстрируем полученный результат на простейшем примере. Вычислим в низшем порядке теории возмущений лагранжиана (5) амплитуды M_+, M_-, M_1 следующих, соответственно, процессов (в поперечной калибровке $\alpha = \infty$):

$$\begin{gathered} V + \sigma_1 \to B_1 + \sigma_2, \quad V + \sigma_1 \to B_- + \sigma_2, \\ V + \sigma_1 \to A^{\parallel} + \sigma_2; \end{gathered} \tag{36}$$

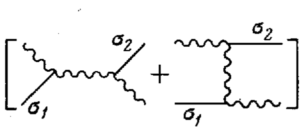
V — физическое массивное векторное поле, $A_\mu^{\parallel} = \frac{1}{M}\partial_\mu\varphi_1$. Эти амплитуды даются фейнмановскими диаграммами

$M_\pm = 2 \times$



(37)

$M_1 = 4 \times$



(38)

и легко вычисляются:

$$|M_+|^2 = |M_1|^2 = \frac{2e_1^2 e_2^2 M^2 \cos^2\delta \sin^2\delta}{\omega_V \omega_{\sigma_1} \omega_{\sigma_2} \omega} \left| \xi_\mu^\nu \left[\frac{g_{\mu\nu} - (k_\mu k_\nu / k^2)}{k^2 - M^2} + \frac{g_{\mu\nu} - (q_\mu q_\nu / q^2)}{q^2 - M^2} \right] p_\nu \right|^2, \tag{39}$$

$$|M_-|^2 = \frac{2e_1^2 e_2^2 M^2 \cos^4\delta}{\omega_V \omega_{\sigma_1} \omega_{\sigma_2} \omega} \left| \xi_\mu^\nu \left[\frac{g_{\mu\nu} - (k_\mu k_\nu / k^2)}{k^2 - M^2} + \frac{g_{\mu\nu} - (q_\mu q_\nu / q^2)}{q^2 - M^2} \right] p_\nu \right|^2, \tag{40}$$

$$k = p_V + p_{\sigma_1} = p + p_{\sigma_2}, \quad q = p_V - p_{\sigma_2} = p - p_{\sigma_1}; \tag{41}$$

p и ω — 4-импульс и энергия частиц $B_\pm$ либо $A^{\parallel}$. Видно, что вероятности излучения M_+ и M_- сокращаются (так как φ_1 имеет индефинитную метрику, вероятность процесса с рождением φ_1 равна $-|M_1|^2$), а вероятность рождения B_- отлична от нуля в согласии с общим результатом.

Интуитивно кажется, что вторая частица в системе B_1, B_2 также (как и B_+) должна иметь нулевую массу. Хотя этого мы не проверили, можно все же утверждать, что она очень мала ($\sim e^4$), если e_i считать порядка электромагнитного заряда (укажем, что масса этой частицы при вычислении ее по теории возмущений оказывается конечной без специального контрчлена).

Таким образом, мы приходим к важному выводу (который физически кажется очевидным) о том, что теория, в которой число голдстоуновских полей (число голдстоуновских полей определяется по теории с выключенным калибровочным взаимодействием) больше, чем число калибровочных полей, ставших массивными, содержит, как физические, скалярные поля с нулевой или очень малой массой.

3. Спонтанное нарушение симметрии в теории с некалибровочным нейтральным векторным мезоном

Рассмотрим теорию, описываемую лагранжианом

$$L_\alpha = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \frac{\varkappa^2}{2}A_\mu^2 + \frac{\alpha}{2}(\partial_\mu A_\mu)^2 + |(i\partial_\mu + eA_\mu)\varphi|^2 - \frac{\lambda^2}{4}\left(\varphi^+\varphi - \frac{a^2}{2}\right)^2. \tag{42}$$

При $\alpha = 0$ это обычная теория массивного нейтрального векторного поля, взаимодействующего с сохраняющимся током; такая теория является неперенормируемой. Как хорошо известно, неперенормируемые расходимости сосредоточены вне массовой оболочки, а физические матричные элементы содержат только перенормируемые расходимости. Эквивалентная обычной теории на массовой оболочке, но явно перенормируемая теория массивного нейтрального векторного поля описывается лагранжианом (42) с произвольным $\alpha \neq 0$. Физические результаты, конечно, не зависят от α.

Рассмотрим случай, когда скалярное поле спонтанно нарушает симметрию

$$\langle 0|\varphi|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}b \neq 0. \tag{43}$$

Будет показано, что в этой модели голдстоуновское поле B не исчезает из физических матричных элементов.

Каноническое квантование лагранжиана (42) приводит к следующему выражению для производящего функционала:

$$Z_\alpha = \int dA_\mu\, d\sigma\, dB \exp\left\{i\int dx\,(L_\alpha + A_\mu J_\mu + \eta\sigma + \theta B)\right\}. \tag{44}$$

Производящий функционал (44) удовлетворяет тождеству Уорда

$$\left[(\alpha\Box - \varkappa^2)\,\partial_\mu\frac{\delta}{i\delta J_\mu(x)} - \partial_\mu J_\mu(x) - e\eta(x)\frac{\delta}{i\delta\theta(x)} + \right.$$
$$\left. + e\theta(x)\left(b + \frac{\delta}{i\delta\eta(x)}\right)\right]Z_\alpha = 0. \tag{45}$$

Тождества Уорда для двухточечных функций Грина приводят к следующим соотношениям:

$$D_{\mu\nu}^A = P_{\mu\nu}d^A + \frac{i}{\varkappa^2 - \alpha\Box}L_{\mu\nu}, \tag{46}$$

$$D_\mu^{AB} = \frac{iM}{\Box(\alpha\Box - \varkappa^2)}\partial_\mu, \tag{47}$$

$$M = eb. \tag{48}$$

Как и в разделе 2, будем считать фиксированными константы e, M и $m = \lambda b$ (вместо e, λ, a) и найдем структуру точной функции Грина поля $\Omega_\beta = (A_\mu, B)$, $\beta = 0, 1, 2, 3, 4$:

$$D_{\mu\nu} = D_{\mu\nu}^A = P_{\mu\nu}\frac{i}{\Box + \varkappa^2 + M^2 + \Pi_1} + i\frac{\Box + \Pi_4}{Q}L_{\mu\nu}, \tag{49}$$

$$D_{\mu 4} = D_\mu^{AB} = -i\frac{M + \Pi_3}{Q}\partial_\mu, \tag{50}$$

$$D_{44} = D^B = -\frac{i}{\Box + \Pi_4} - i\frac{\Box(M + \Pi_3)^2}{(\Box + \Pi_4)Q}, \tag{51}$$

$$Q = -\Box(M + \Pi_3)^2 + (\Box + \Pi_4)(\varkappa^2 + M^2 + \Pi_1 - \alpha\Box - \Box\Pi_2), \tag{52}$$

где Π_i — инвариантные функции поляризационного оператора $\Pi_{\beta\beta'}$:

$$\Pi_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}\Pi_1 + \partial_\mu\partial_\nu\Pi_2, \tag{53}$$

$$\Pi_{\mu 4} = \Pi_3\partial_\mu, \quad \Pi_{44} = \Pi_4. \tag{54}$$

Сравнение (49), (50) с (46), (47) дает

$$\frac{1}{\varkappa^2 - \alpha\Box} = \frac{\Box + \Pi_4}{Q}; \qquad \frac{M}{\Box(\alpha\Box - \varkappa^2)} = -\frac{M + \Pi_3}{Q}. \tag{55}$$

Из (55) получаем

$$Q(0) = \Pi_4(0) = 0, \tag{56}$$

$$M^2 + \Pi_1(0) = M(M + \Pi_3(0)) = M^2(1 + \Pi_4'). \tag{57}$$

Из этих соотношений следует, что полюсная часть $D_{\beta\beta'}$, соответствующая скалярным частицам, имеет вид

$$D_{\mu\nu} = \left[\frac{iM^2}{\Box\varkappa^2(M^2 + Z\varkappa^2)} - \frac{i}{\varkappa^2[\Box - (\varkappa^2/\alpha)]}\right]\partial_\mu\partial_\nu, \tag{58}$$

$$D_{\mu 4} = D_\mu^{AB}, \qquad D^B = -\frac{iZ}{\Box} + \frac{iM^2}{\Box(\alpha\Box - \varkappa^2)}, \tag{59}$$

$$Z^{-1} = 1 + \Pi_4' = \frac{M^2}{M^2 + \Pi_1(0)}. \tag{60}$$

Окончательно скалярная часть поля Ω_β^{in} имеет разложение

$$\Omega_\beta^{in} = \frac{1}{\varkappa}e_\beta^{(1)}\varphi_4 + \frac{M}{\varkappa(M^2 + Z\varkappa^2)^{1/2}}e_\beta^{(2)}\varphi_2, \tag{61}$$

где φ_4 — скалярное поле массы $\varkappa/\sqrt{-\alpha}$ (что осмысленно, конечно, лишь при $\alpha < 0$) и индефинитной метрики, φ_2 — скалярное поле нулевой массы и положительной метрики (голдстоуновский бозон);

$$e_\beta^{(1)} = (\partial_\mu, M), \qquad e_\beta^{(2)} = \left(\partial_\mu, M + Z\frac{\varkappa^2}{M}\right). \tag{62}$$

Как и в разделе 2, тождество Уорда приводит к следующему соотношению для матричных элементов рассеяния:

$$_{out}\langle P_1|\partial_\mu A_\mu(x)|P_2\rangle_{in} = 0 \tag{63}$$

или

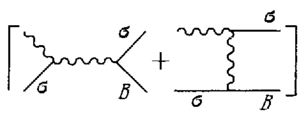
$$\partial_\mu \Gamma_\mu^{\leftrightarrow}(x;\, P_1, P_2) - M\Gamma^B(x;\, P_1, P_2) = 0. \qquad (63\text{a})$$

Из (63а) видно, что S-матрица вообще не зависит от операторов рождения и уничтожения частицы φ_4, как и в теории без спонтанного нарушения, т. е. дополнительная частица с индефинитной метрикой, появляющаяся в теории при добавлении к обычному лагранжиану массивного нейтрального векторного поля члена $\alpha(\partial_\mu A_\mu)^2/2$ не портит физической унитарности (отметим, что схема доказательства справедлива, конечно, и для теории без спонтанного нарушения).

Вклад же безмассового голдстоуновского поля φ_2 в соотношение унитарности не вымирает, и поле φ_2 должно быть включено в набор физических частиц.

Как подтверждение справедливости полученного результата вычислим в низшем порядке теории возмущений (и в поперечной калибровке $\alpha = \infty$) матричный элемент M процесса $V + \sigma \to B + \sigma$, который определяется следующими фейнмановскими диаграммами:

$M = 2 \times$



(64)

Простой расчет дает

$$|M|^2 = \frac{2}{\omega_V \omega_\sigma \omega_\sigma' \omega_B} \left| \xi_\mu^V \left[\frac{g_{\mu\nu} - (k_\mu k_\nu / k^2)}{k^2 - M^2 - \varkappa^2} + \frac{g_{\mu\nu} - (q_\mu q_\nu / q^2)}{q^2 - M^2 - \varkappa^2} \right] p_\nu^B \right|^2, \qquad (65)$$

ω_σ' — энергия σ-частицы в конечном состоянии; остальные обозначения те же, что и в разделе 2.

Как известно [2–6], одним из аргументов в пользу физической унитарности калибровочной теории со спонтанным нарушением симметрии является тот факт, что с помощью калибровочного преобразования можно перейти в калибровку $B = 0$, в которой голдстоуновские бозоны отсутствуют.

В рассматриваемой модели нет калибровочных преобразований с произвольной калибровочной функцией, оставляющих инвариантным лагранжиан. Однако в функциональном интеграле для производящего функционала можно перейти к интегрированию по классу полей $B = 0$. Поэтому интересно проследить различие между калибровочной и некалибровочной теориями.

Рассмотрим теорию с лагранжианом $L_{\alpha=0} = L_0$. Каноническое квантование этой теории дает для производящего функционала Z_0 выражение (44) с $\alpha = 0$. Сделаем в этом функциональном интеграле замену переменных

$$A_\mu \to A_\mu + \partial_\mu \Lambda, \quad (b + \sigma + iB) \to e^{ie\Lambda}(b + \sigma + iB), \qquad (66)$$

$$\Lambda = f(\Box)\, \partial_\mu A_\mu. \qquad (67)$$

Якобиан преобразования не зависит от полей. Кроме того, по аналогии с рассуждениями работы [7] можно показать, что член с источниками можно заменить на

$$A_\mu J_\mu + \eta\sigma + \theta B + M\theta f(\Box)\, \partial_\mu A_\mu \qquad (68)$$

(это справедливо с точностью до числовых множителей, пропорциональных отношениям констант перенормировок в разных формулировках теории [4, 5]; в данном случае мы игнорируем эти тонкости, так как они не меняют окончательного результата). В результате к L_0 возникает добавка

$$\frac{1}{2}\partial_\mu A_\mu(-\varkappa^2 f^2 \Box - 2\varkappa^2 f)\partial_\nu A_\nu + M\theta f \partial_\mu A_\mu. \tag{69}$$

Если мы выберем f как решение уравнения

$$\Box f^2 + 2f + \frac{\alpha}{\varkappa^2} = 0, \tag{70}$$

то получим как раз выражение (44), так как второй член в (69) исчезает в матричных элементах рассеяния из-за тождества Уорда (63). Таким образом, мы проверили, что физические результаты теории (42) не зависят от α и совпадают с предсказаниями обычного формализма. Приведенное доказательство справедливо, конечно, и для теории без спонтанного нарушения симметрии (отметим, что строгое доказательство должно учитывать зависимость b и констант перенормировки от α; это может быть сделано так же, как и в [4, 5], но не будет проведено здесь).

Теперь мы построим выражение для производящего функционала, которое является аналогом соответствующего выражения калибровочной теории в унитарной калибровке.

Перейдем в (44) с помощью замены

$$A_\mu \to A_\mu + \partial_\mu \Lambda, \quad (b + \sigma + iB) \to e^{ie\Lambda}(b + \sigma) \tag{71}$$

к интегрированию по переменным A_μ, σ, Λ. Якобиан преобразования Δ равен

$$\Delta = \exp\{\delta^{(4)}(0)\ln(b + \sigma)\}. \tag{72}$$

Член с источниками опять можно заменить на

$$A_\mu J_\mu + \eta\sigma + M\theta\Lambda. \tag{73}$$

Интеграл по Λ может быть явно вычислен, и в результате получаем (на массовой оболочке)

$$Z_\alpha = \int dA_\mu\, d\sigma\, dB\,\delta(B)\,\Delta \exp\left\{i\int dx\left(L_0 + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{1}{2}\partial_\mu A_\mu \frac{\varkappa^2}{\Box}\partial_\nu A_\nu + A_\mu J_\mu + \eta\sigma - M\theta\frac{1}{\Box}\partial_\mu A_\mu\right)\right\}. \tag{74}$$

Мы видим, что пропагатор поля A_μ имеет полюс при $p^2 = 0$ (например, в нулевом приближении

$$D^A_{\mu\nu} \sim \frac{i\varkappa^2}{M^2(M^2 + \varkappa^2)} L_{\mu\nu}$$

при $p^2 \approx 0$); такой полюс отсутствует в калибровочно-инвариантной теории ($\varkappa^2 = 0$). Поскольку отсутствует тождество (63), последний член в экспоненте в (74) не равен нулю на массовой оболочке и описывает матричные элементы рассеяния голдстоуновского поля.

Укажем, что переход от Z_0 к Z_α и от Z_α к (74) может быть выполнен также с помощью метода, предложенного в [8].

4. Нейтральное векторное поле и калибровочное поле

Рассмотрим модель, описываемую лагранжианом:

$$L = -\frac{1}{4}F^2_{\mu\nu} - \frac{1}{4}C^2_{\mu\nu} + \frac{\varkappa^2}{2}C^2_\mu + \frac{\gamma}{2}(\partial_\mu A_\mu)^2 +$$
$$+ \frac{\alpha}{2}(\partial_\mu C_\mu)^2 + |(i\partial_\mu + eA_\mu + gC_\mu)\varphi|^2 - \frac{\lambda^2}{4}\left(\varphi^+\varphi - \frac{a^2}{2}\right)^2. \tag{75}$$

Покажем, что в этой модели голдстоуновский бозон является фиктивной частицей. Подробных выкладок приводить не будем.

Производящий функционал, построенный с помощью канонического формализма, равен

$$Z=\int dA_\mu\, dC_\mu\, d\sigma\, dB \exp\left\{i\int dx\,(L+J_\mu A_\mu+K_\mu C_\mu+\eta\sigma+\theta B)\right\} \tag{76}$$

и удовлетворяет тождествам Уорда

$$\left[\gamma\Box\partial_\mu\frac{\delta}{i\delta J_\mu}-\partial_\mu J_\mu-e\eta\frac{\delta}{i\delta\theta}+e\theta\left(b+\frac{\delta}{i\delta\eta}\right)\right]Z=0, \tag{77}$$

$$\left[(\gamma\Box-\varkappa^2)\partial_\mu\frac{\delta}{i\delta K_\mu}-\partial_\mu K_\mu-g\eta\frac{\delta}{\delta\theta}+g\theta\left(b+\frac{\delta}{i\delta\eta}\right)\right]Z=0. \tag{78}$$

Имеем следующие соотношения для двухточечных функций Грина:

$$D^A_{\mu\nu}=P_{\mu\nu}d^A-\frac{i}{\gamma}\frac{1}{\Box}L_{\mu\nu},\qquad D^C_{\mu\nu}=P_{\mu\nu}d^C+\frac{i}{\varkappa^2-\alpha\Box}L_{\mu\nu}, \tag{79}$$

$$D^{AC}_{\mu\nu}=P_{\mu\nu}f^{AC}, \tag{80}$$

$$D^{AB}_\mu=\frac{iM}{\gamma\Box^2}\partial_\mu,\qquad D^{CB}_\mu=\frac{igb}{\Box(\alpha\Box-\varkappa^2)}\partial_\mu \tag{81}$$

и, кроме того, соотношения для матричных элементов:

$$\partial_\mu\Gamma^A_\mu(x;P_1,P_2)-M\Gamma^B(x;P_1,P_2)=0, \tag{82}$$

$$\partial_\mu\Gamma^C_\mu(x;P_1,P_2)-gb\Gamma^B(x;P_1,P_2)=0. \tag{83}$$

Введем поле $\Omega_\beta=(A_\mu, C_\mu, B)$. Точно так же, как и в разделах 2, 3, получаем, что скалярная часть поля Ω_β имеет вид

$$\Omega_\beta^{in}=\frac{(g^2b^2+Z\varkappa^2)^{1/2}}{\sqrt{2}M\varkappa}[e_\beta^{(+)}\varphi_++e_\beta^{(-)}\varphi_-]+\frac{1}{\varkappa}e_\beta^{(3)}\varphi_4, \tag{84}$$

где

$$e_\beta^{(+)}=(\partial_\mu,0,M),\qquad e_\beta^{(-)}=\left(\partial_\mu,-\frac{2gbM}{g^2b^2+Z\varkappa^2}\partial_\mu-M\right), \tag{85}$$

$$e_\beta^{(3)}=(0,\partial_\mu,gb), \tag{86}$$

Z — некоторая константа, поля $\varphi_\pm=(\varphi_1\pm\varphi_2)/\sqrt{2}$ определены в разделе 2 и поле φ_4 определено в разделе 3. С использованием (82) и (83) видно, что поле φ_4 вообще не входит в S-матрицу и что вероятности излучения полей φ_1 и φ_2 взаимно сокращаются. Таким образом, в рассматриваемой модели голдстоуновский бозон является фиктивной частицей.

Поля A_μ и C_μ смешиваются из-за спонтанного нарушения симметрии. После диагонализации лагранжиана в нулевом приближении массы частиц оказываются равными

$$m_1^2=\varkappa^2\cos^2\psi+(gb\cos\psi+M\sin\psi)^2, \tag{87}$$

$$m_2^2=\varkappa^2\sin^2\psi+(gb\sin\psi-M\cos\psi)^2, \tag{88}$$

где ψ — угол смешивания полей A_μ и C_μ, определяемый из уравнения

$$gbM\,\mathrm{tg}^2\psi+\mathrm{tg}\,\psi(\varkappa^2-M^2+g^2b^2)-gbM=0. \tag{89}$$

Нетрудно видеть, из (87) и (88), что массы m_1 и m_2 удовлетворяют двум следующим неравенствам:

$$m_1^2\geqslant\varkappa^2+g^2b^2,\qquad m_2^2\leqslant M^2. \tag{90}$$

В частности, при $\varkappa \to \infty$ и фиксированных g, b, e

$$m_1^2 \to \varkappa^2 + g^2 b^2, \qquad m_2^2 \to M^2. \tag{91}$$

5. Заключение

Результаты работы можно объяснить с помощью следующих простых рассуждений. Следует ожидать, что число физических состояний в теории будет одинаковым как в случае симметричного вакуума, так и в случае спонтанного нарушения симметрии. В частности, число независимых канонических переменных одинаково для обеих реализаций. Поэтому число голдстоуновских бозонов, которые становятся нефизическими, должно совпадать с числом новых степеней свободы у векторных мезонов, т. е. с числом векторных мезонов, ставших массивными.

Другое рассуждение состоит в следующем. Следует ожидать, что нефизические частицы могут быть исключены из теории с помощью калибровочного преобразования. Параметры групповых преобразований, с помощью которых исключаются компоненты скалярного поля, зависят от отношений скалярных полей (например, в абелевом случае для преобразования $\sigma + iB \to e^{ie\Lambda}\sigma'$ имеем $\operatorname{tg}(e\Lambda) = B/\sigma$). Такие преобразования являются несингулярными только для случая группы, симметрия относительно которой спонтанно нарушена. Это означает, что мы можем исключить из теории число скалярных частиц (голдстоунов), совпадающее с числом параметров группы спонтанно нарушенной симметрии. Это число параметров равно размерности исходной группы симметрии минус число параметров группы, симметрия относительно которой осталась, т. е. числу мезонов, получивших массу. Остальные голдстоуны будут физическими.

Примечание при корректуре (от 11 мая 1973 г.). После того как статья была направлена в редакцию, появилась работа Вайнберга (S. Weinberg. Phys. Rev. Lett., 29, 1698, 1972), в которой обсуждаются аналогичные вопросы и указывается, что можно попытаться использовать «лишние» голдстоуны для описания физических мезонов малой массы (например, пионов).

Литература

[1] P. Higgs. Phys. Lett., **12**, 132, 1964. T. W. B. Kibble. Phys. Rev., **155**, 1554, 1967. А. А. Мигдал, А. М. Поляков. ЖЭТФ, **31**, 135, 1966.
[2] G. t' Hooft. Nucl. Phys., **35B**, 167, 1971.
[3] B. W. Lee. Phys. Rev., **5**, 823, 1972. B. W. Lee, J. Zinn-Justin. Phys. Rev., **D5**, 3121, 3137, 3155, 1972.
[4] И. В. Тютин, Е. С. Фрадкин. ЯФ, **16**, 835, 1972.
[5] Р. Э. Каллош, И. В. Тютин. ЯФ, **17**, 190, 1973.
[6] S. Weinberg. Phys. Rev. Lett., **19**, 1264, 1967; **27**, 1688, 1971. A. Salam, J. Strathdee. Nuovo Cim., **A11**, 397, 1972.
[7] E. S. Fradkin, I. V. Tyutin. Phys. Rev., **D2**, 2841, 1970.
[8] L. D. Faddeev, V. N. Popov. Phys. Lett., **25B**, 29, 1967. В. Н. Попов, Л. Д. Фаддеев. Препринт ИТФ, Киев, 1967.

«EXTRA» GOLDSTONES IN GAUGE THEORY WITH SPONTANEOUS BREAKING

I. V. TYUTIN, E. S. FRADKIN

The theory of neutral gauge fields with spontaneous symmetry breaking is used as an example to consider the physical nature of Goldstone fields in the case when there are «extra» Goldstone fields in the absence of the gauge interaction. «Extra» means that the number of Goldstone fields exceeds the number of spontaneously broken gauge transformations. It is shown that in the presence of gauge interaction the «extra» goldstones stay physical (and have zero or a very small mass).