УДК 539.12.01 **ФИЗИКА**

Член-корреспондент АН СССР Е.С. ФРАДКИН, А.А. ЦЕЙТЛИН

КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА СУПЕРГРАВИТАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ

Современные попытки построения единой теории фундаментальных взаимодействий (включая и гравитационное) имеют своей целью формулировку теории, которая была бы перенормируемой или конечной в разложении по петлям, в которой выполнялось бы условие унитарности и которая бы правильно описывала физику низких энергий. Хотя полностью удовлетворительная модель до сих пор не найдена, в последнее время достигнут значительный прогресс в понимании некоторых важных черт будущей теории, а также в изучении свойств наиболее вероятных кандидатов на роль единой теории. Становится понятно, что в области относительно низких энергий такая теория должна эффективно свестись к $N = 1$ супергравитации, взаимодействующей с определенным числом мультиплетов полей материи, достаточным для соответствия с моделями Большого Объединения после нарушения суперсимметрии. При более высоких (планковских) энергиях вид теории должен существенно измениться для обеспечения переномируемости (или конечности): могут стать существенными дополнительные симметрии (например, расширенная суперсимметрия), может оказаться необходимым изменение пространственно-временного описания на малых расстояниях (полная теория может оказаться супергравитацией в 10- или 11-мерном пространстве) или учет неточечности фундаментальных объектов (струны) и т.п.

Наиболее естественная модификация стандартной эйнштейновской супергравитации, приводящая к перенормируемой теории, состоит в добавлении к лагранжиану (R + с.с.) членов типа (R^2 + с.с.) (с.с. означает соответствующее суперсимметричное расширение). Отвлекаясь вначале от суперсимметрии, рассмотрим теорию с лагранжианом

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_э + \mathcal{L}_В + \mathcal{L}_м, \quad \mathcal{L}_э = -\frac{1}{k^2} R, \tag{1}$$

$$\mathcal{L}_В = \frac{1}{g^2} C^2 - \frac{1}{e^2} R^2, \tag{2}$$

где C^2 – квадрат тензора Вейля, $\mathcal{L}_м$ – лагранжиан полей материи (например, SU_5-модели), а g и e – безразмерные константы связи. Этот лагранжиан перенормируем в разложении по петлям. Проведенный нами анализ однопетлевых расходимостей и уравнений ренорм-группы показал [1], что соответствующая теория является *асимптотически свободной* по всем существенным константам связи. Как следствие, член $\mathcal{L}_В$ доминирует в области высоких энергий, однако несуществен в низкоэнергетическом пределе. Асимптотическая свобода для g позволяет в принципе обеспечить асимптотически свободное поведение для всех констант самодействия (Φ^4, Юкава), а также массовых параметров в лагранжиане материи. Главный недостаток теории (1) состоит в наличии "духовых" состояний спина 2 при анализе по теории возмущений. Имеются, однако, основания думать, что проблема "духов" может быть решена вне рамок теории возмущений, либо с помощью механизма типа Ли – Вика (для применимости которого определяющим является асимптотическая свобода по g и e и планковский масштаб энергий), либо благодаря конфайнменту "духов" (аналогичному конфайнменту "цвета" в теории Янга – Миллса). Рассмотрение последней возможности естественно проводить, исходя из лагранжиана (2) как из фундаментального. В такой теории "духи" не будут вылетать (система с конечной энергией будет иметь лишь нулевую энергию), тогда как эйнштейновский член R будет возникать как "индуцированный" [2] в низкоэнергетическом лагранжиане.

Аналогичные результаты справедливы для суперсимметричного расширения лагранжиана (1). В то же время суперсимметрия дает дополнительные аргументы в пользу возможности решения проблемы "духов" (поскольку теперь они образуют супермультиплет и не вылетают, если суперсимметрия не нарушена), а также позволяет надеяться на отсутствие большого индуцированного космологического члена. Суперконформные расширения квадрата тензора Вейля, т.е. конформные супергравитации [3], тем самым могут претендовать на роль фундаментальной теории на малых расстояниях. Явным вычислением нами показано [4], что $N = 1, 2, 3$ расширенные конформные супергравитации являются асимптотически свободными по g, тогда как максимально расширенная $N = 4$ теория (включающая вейлевский гравитон, четыре вейлевских гравитино, векторы, спиноры и скаляры) имеет нулевую однопетлевую β-функцию, т.е. является конечной [4]. Из суперграфового "счета степеней" тогда следует, что $N = 4$ теория является конечной во всех петлях (аналогично теории $N = 4$ супер-Янга–Миллса). Добавляя члены, "мягко" нарушающие суперсимметрию, а также учитывая возможность индуцирования эйнштейновской супергравитации, можно надеяться на получение конечной, унитарной (вне рамок теории возмущений) теории с удовлетворительным низкоэнергетическим спектром*.

Другая возможность построения единой теории, вызывающая большой интерес в последнее время, состоит в рассмотрении (суперсимметричных) теорий в высших измерениях, которые возникают при изучении супергравитации [5], а также в теориях струн [6]. Увеличение размерности позволяет естественным образом получать весьма сложные четырехмерные лагранжианы из простых многомерных. Оставаясь в рамках квантовой теории частиц (а не струн), следует рассмотреть, однако, вопрос об ультрафиолетовом поведении, которое ухудшается при увеличении размерности. Проведенные нами вычисления однопетлевых расходимостей в d-мерных теориях показали [7]: (а) эйнштейновская гравитация не является конечной на массовой оболочке при $d > 4$; б) максимально расширенные супергравитации в размерностях $d = 5, 6, 7$, получающиеся редукцией из $N = 1, d = 11$ супергравитации

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{k^2} R + (\partial_{[M} A_{PQR]})^2 + \bar{\psi}_M \Gamma^{MNP} D_N \psi_P + \ldots, \tag{3}$$

конечны на массовой оболочке, т.е. подобно $N = 8$, $d = 4$ супергравитации не имеют степенных и логарифмических расходимостей; (в) $d \geqslant 8$ супергравитации имеют, по крайней мере, степенные расходимости. Как следствие, например, $N = 4$, $d = 6$ супергравитация, соответствующая после компактификации к $d = 4$ теории, включающей $N = 8$, $d = 4$ супергравитацию, а также бесконечное число ее массивных "копий", может служить основой для построения единой теории в рамках подхода Калуцы – Клейна. При этом есть надежда получить достаточное число легких частиц благодаря одинаковому (планковскому) масштабу параметра нарушения суперсимметрии и радиуса компактных измерений.

Реалистическая четырехмерная теория, возникающая после компактификации, с необходимостью должна быть вариантом (возможно, с нарушенной суперсимметрией) калибровочной супергравитации, т.е. в ней должно быть достаточное количество неабелевых калибровочных полей. В этой связи значительный интерес представляет исследование квантовых свойств уже известных $O(N)$ калибровоч-

* Интересным кандидатом может служить теория, включающая $N = 4$ супер-Янг–Миллс и $N = 4$ конформную супергравитацию и члены их взаимодействия.

ных супергравитаций [8]. Расходимости (вне массовой оболочки) в этих теориях изучались в [9], где было показано, что в стандартном классе калибровок происходит сокращение четвертичных, квадратичных, а также (при $N = 8$) логарифмических расходимостей, пропорциональных квадрату тензора Вейля. Логарифмические расходимости на массовой оболочке определяются коэффициентом

$$B_4 = \frac{1}{16\pi^2} \int \left[\beta_1 R^* R^* + \beta_0 \left(F_{\mu\nu}^2 - \frac{8\Lambda_0 g^2}{k^2}\right)\right] \sqrt{g} d^4 x, \tag{4}$$

где согласно [10, 9] $\beta_1 = -\frac{1}{2}(N-3)$, $\beta_0 < 0$ при $N < 5$ и $\beta_0 = 0$ при $N \geqslant 5$. Таким образом, $N \geqslant 5$ теории конечны с точностью до "топологических" расходимостей.

Для выяснения статуса калибровочных $O(N)$ супергравитаций необходимо также выяснить, могут ли конечные квантовые поправки исправить трудности, присущие этим теориям на классическом уровне. Именно, суперсимметричные вакуумы в $O(N)$ супергравитациях соответствуют пространству де Ситтера с огромным отрицательным классическим космологическим членом $\Lambda_0 = -12g^2/k^2$. Далее, классические потенциалы скаляров не являются знакоопределенными. Важнейшая проблема теории состоит в том, могут ли квантовые поправки привести к нулевому эффективному космологическому члену после динамического нарушения суперсимметрии, а также к стабилизации скалярного потенциала. Количественный анализ этого вопроса предполагает вычисление однопетлевого эффективного действия Γ для антиситтеровского фона и постоянных скалярных полей. Нами проведено такое вычисление Γ для $O(4)$ калибровочной супергравитации (включающей гравитон, четыре гравитино, шесть векторов, два скаляра и четыре спинора):

$$\begin{aligned}
\Gamma = {} & \int d^4x \sqrt{g} \left(-\frac{1}{k^2} R + \frac{\partial_\mu \Phi \partial_\mu \Phi^*}{(1 - |\Phi|^2)^2} + V_0\right) + \\
& + \hbar \left\{ \frac{1}{2} \ln \det \Delta_2 \left(\frac{8}{3}\Lambda - k^2 V_0\right) - \frac{1}{2} \ln \det \Delta_1(-\Lambda) + \right. \\
& + 3 \ln \det \Delta_1(\Lambda) + \frac{1}{2} \ln \det \Delta_0(2k^2 V_0 - 4\Lambda) - \frac{7}{2} \ln \det \Delta_0(0) + \\
& + \frac{1}{2} \ln \det \Delta_0 \left(\frac{8g^2}{k^2}(3 - 4\alpha)\right) + \frac{1}{2} \ln \det \Delta_0 \left(-\frac{8g^2}{k^2}\right) - \\
& \left. - \ln \det \Delta_{3/2}(m^2) + \ln \det \Delta_{1/2}(4m^2) - \ln \det \Delta_{1/2}(0) \right\},
\end{aligned} \tag{5}$$

где $V_0 = -\frac{8g^2}{k^4}\left(1 + \frac{2}{1 - |\Phi|^2}\right)$, $m^2 = \frac{4g^2}{k^2}\alpha$, $\alpha = \frac{1}{1 - |\Phi|^2}$, Δ_s – соответствующие $(-D^2 + X)$-операторы для спина s*. Исследование эффективных уравнений $\frac{\partial \Gamma}{\partial \Lambda} = 0$, $\frac{\partial \Gamma}{\partial \Phi} = 0$ показало, что динамическое нарушение суперсимметрии ($\langle \Phi \rangle \neq 0$) действительно возможно, однако оно не способствует уменьшению $|\Lambda|$ из-за дополнительного (не зависящего от g) индуцированного квантовыми флуктуациями Λ-члена. Возникновение большого индуцированного Λ присуще всем суперсимметричным теориям без антисимметричных тензоров и связано с не равным нулю коэффициентом $B_4\,(g = 0) \equiv B_4^{(0)}$ в (4).

Проблему Λ-члена можно, в принципе, решить в вероятно существующих калибровочных супергравитациях с не простой калибровочной группой (например,

---

* D – ковариантная производная.

$G_2 \times G_2$ или $SU_5 \times SU_2 \times U_1$ в $N = 8$ случае), в которых часть скаляров можно заменить на антисимметричные тензоры и тем самым получить $B_4^{(0)} = 0$. В этом случае Λ_0 можно скомпенсировать (после динамического нарушения суперсимметрии) отличным от нуля вакуумным вкладом скаляров, тогда как для эффективного космологического члена получается соотношение вида

$$(6) \quad \Lambda = m_\Pi^2(1 + O(g^2)) \exp(-\mathrm{const}/g^2),$$

обеспечивающее необходимую "иерархию" между планковским масштабом (m_Π) и наблюдаемым малым значением Λ-члена.

Другое возможное решение проблемы Λ-члена связано с суммированием вкладов в эффективное действие от всех петель. Результирующий эффект можно моделировать добавлением к лагранжиану R добавок вида (2). В этом случае асимптотическая свобода по g^2 приводит к эффективному $\Lambda \lesssim m_\Pi^2 \exp(-\mathrm{const}/g^2)$ независимо от древесного Λ-члена*. Как следствие, проблема древесного Λ-члена в калибровочных $O(N)$ супергравитациях может быть решена в рамках теории, включающей как части эйнштейновскую калибровочную супергравитацию и конформную супергравитацию.

Таким образом, изложенные выше результаты об асимптотической свободе, конечности, динамическом нарушении суперсимметрии и решении проблемы космологического члена в ряде моделей супергравитаций подтверждают уверенность в возможности построения единой теории электрослабого, сильного и гравитационного взаимодействий на основе теорий с локальной суперсимметрией.

Физический институт им. П.Н. Лебедева
Академии наук СССР, Москва

Поступило
20 V 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. *Fradkin E.S., Tseytlin A.A.* – Phys. Lett., 1981, vol. 104B, p. 377–381; Nucl. Phys., 1982, vol. B201, p. 469–491. 2. *Adler S.* – Rev. Mod. Phys., 1982, vol. 54, p. 729–766. 3. *Kaku M., Townsend P.K., van Nieuwenhuizen P.* – Phys. Rev., 1978, vol. D17, p. 3179–3187. 4. *Fradkin E.S., Tseytlin A.A.* – Phys. Lett., 1982, vol. 110B, p. 117–122; Nucl. Phys., 1982, vol. B203, p. 157–178. 5. *Cremmer E., Julia B.* – Nucl. Phys., 1979, vol. B159, p. 141–212. 6. *Schwarz J.H.* – Phys. Rep., 1982, vol. 89, p. 223–334. 7. *Fradkin E.S., Tseytlin A.A.* – Phys. Lett., 1983, vol. 123B, p. 231–237. 8. *Freedman D.Z., Das A.* – Nucl. Phys., 1977, vol. B120, p. 317–232; *Фрадкин Е.С., Васильев М.А.* Препринт ФИАН, 1976, № 197. 16 с. *De Wit B., Nicolai H.* – Nucl. Phys. Lett., 1982, vol. B208, p. 323–364. 9. *Fradkin E.S., Tseytlin A.A.* – Phys. Lett., 1982, vol. 117B, p. 203–211. 10. *Christensen S.M., Duff M.J., Gibbons G.W., Rocek M.* – Phys. Rev. Lett., 1980, vol. 45, p. 161–164. 11. *Марков М.А.* – Письма ЖЭТФ, 1982, т. 36, с. 204–206; препринты ИЯИ 1982, Р – 0254. 12 с.; 1983, Р – 0262. 10 с.

* Возможность получения малого эффективного Λ-члена на основе феноменологического учета вклада старших порядков отмечалось также в [11] (в случае вселенной де Ситтера).