

# Вопросы к зачёту по космологии

1. Космологический принцип. Метрика Фридмана-Робертсона-Уокера. Красное смещение. Измерение расстояний.
2. Динамика Вселенной. Уравнения Фридмана. Открытая, замкнутая и плоская Вселенная. Горизонт частиц, световой конус.
3. Запись уравнений Фридмана через  $\Omega$  и  $\rho_{cr}$ . Решения для Вселенной, заполненной а) пылью, б) излучением (релятивистскими частицами), в) тёмной энергией.
4. Горячая Вселенная. Бариогенез. Преобладание фотонов над барионами. Нуклеосинтез.
5. Рекомбинация, реликтовое излучение. Анизотропия РИ, доплеровские пики. Эффекты, обуславливающие анизотропию.
6. Образование структуры. Джинсовская неустойчивость. Рост флуктуаций в расширяющейся Вселенной. Образование нелинейных объектов: сферический коллапс, «блины». Иерархическое сгущивание.
7. Тёмная материя: свидетельства в пользу её существования, кандидаты, способы детектирования. Роль в космологии. Образование галактик.
8. Инфляционная Вселенная. Проблемы стандартной космологии и их решение в теории инфляции. Скалярное поле, режим «медленного скатывания».

## Литература:

1. С.Вейнберг, «Гравитация и космология»; Мир, 1975.
2. А.Засов, К.Постнов, «Общая астрофизика»; Век2, 2006.
3. P.Noyn, «Relativistic astrophysics and cosmology»; Springer, 2006.
4. М.Сажин, «Современная космология в популярном изложении»; УРСС, 2002.

# Задачи

1. Имеется резиновая бесконечно-растяжимая лента с начальной длиной  $L_0$ , длина которой увеличивается по закону а)  $L_0(1 + Ht)$ , б)  $L_0 \exp(Ht)$ . В момент  $t = 0$  с одного края ленты начинает ползти муравей с постоянной скоростью  $u$  (относительно ленты). Доползёт ли он до противоположного края, и если да, то когда?  
Какое отношение имеет эта задача к космологии?
2. Галактики на каком расстоянии (на данный момент времени) мы сможем увидеть в будущем, если будем ждать достаточно долго, во Вселенной с  $\Omega_m = 0.3$ ,  $\Omega_\Lambda = 0.7$ ? А при  $\Omega_\Lambda = 0$ ?
3. Показать, что закон Хаббла следует из метрики Фридмана-Леметра-Робертсона-Уокера, которая, в свою очередь, является следствием космологического принципа.
4. Как будет меняться красное смещение фиксированной галактики со временем, если ждать достаточно долго?
5. (решение парадокса Ольберса в расширяющейся Вселенной): Оценить яркость ночного неба в предположении, что средняя светимость на единицу массы вещества во Вселенной в  $\Upsilon = 1000$  раз меньше, чем у Солнца ( $M_\odot = 2 \cdot 10^{33}$  г,  $L_\odot = 4 \cdot 10^{33}$  эрг/с). Сравнить с яркостью поверхности Солнца (радиус Солнца  $R_\odot = 7 \cdot 10^{10}$  см). (Принять космологическую модель Фридмана плоской Вселенной с  $\Omega_m = 1$ ,  $\Omega_\Lambda = 0$ ;  $H_0 = 70$  км/с/мпк).
6. Определить максимальное физическое расстояние, на которое были удалены от нас в прошлом фотоны, принимаемые нами сейчас (в космологической модели  $\Omega_m = 1$ ,  $\Omega_\Lambda = 0$ ).
7. Определить собственный объём видимой части Вселенной (для  $\Omega_m = 1$ ,  $\Omega_\Lambda = 0$ ).
8. Вывести формулы для эволюции масштабного фактора в фридмановских моделях без  $\Lambda$ -члена с положительной, нулевой и отрицательной кривизной.
9. Определить возраст Вселенной с  $(\Omega_m, \Omega_\Lambda) =$  а)  $(1, 0)$ ; б)  $(0.3, 0)$ ; в)  $(0.3, 0.7)$ . Может ли текущий возраст Вселенной при наличии  $\Omega_\Lambda > 0$  быть сколь угодно большим? Может ли Вселенная при наличии  $\Lambda$ -члена не расширяться бесконечно, а сколлапсировать?

10. Показать, что при  $\Omega_\Lambda > 0$  на ранних стадиях расширения Вселенной  $(\Omega_m, \Omega_\Lambda, \Omega_c) \rightarrow (1, 0, 0)$ , а на поздних  $\rightarrow (0, 1, 0)$ .
11. При каком  $z$   $\Lambda$ -член начинает “преобладать” в динамике расширения Вселенной (замедление сменится ускорением)?
12. Задача об угломерном расстоянии  $d_a$ . Представим последовательность объектов одинакового физического размера, расположенных от нас на всё большем расстоянии (красном смещении). Показать, что для достаточно далёких объектов их угловой размер будет увеличиваться с расстоянием.
13. Определить  $N_\gamma/N_{bar}$  – отношение числа фотонов реликтового излучения к числу барионов.  $T_\gamma = 2.73$  К,  $\Omega_{bar} = 0.04$ . Почему это число сохраняется при расширении Вселенной?
14. Почему аннигиляция электрон-позитронных пар ( $t \sim 10$  с) привела к повышению температуры фотонного газа в 1.4 раза, а выделение ядерной энергии при нуклеосинтезе практически не отразилось на температуре фотонов?
15. Определить угловой размер области на сфере последнего рассеяния, соответствующей размеру горизонта на момент рекомбинации.
16. Объяснить (качественно), куда сдвигается первый доплеровский пик при изменении полной плотности энергии во Вселенной ( $\Omega_m \in [0..1], \Omega_\Lambda = 0$ ).
17. Показать, что на радиационно-доминированной стадии рост возмущений с длиной волны меньше горизонта невозможен.
18. При  $z \sim 10 - 20$  первые звёзды вновь нагрели Вселенную до температуры ионизации. Почему это не «испортило» реликтовое излучение с  $z \sim 1000$ ? При каком  $z$  реионизация имела бы заметное влияние на РИ?
19. Оценить характерный размер и дисперсию скоростей галактик в скоплении с полной массой  $10^{15} M_\odot$  (исходя из теоремы вириала и закона Хаббла).
20. В настоящий момент Вселенная близка к плоской ( $\Omega_{tot} = 1 \pm 0.02$ ). Определить точность равенства  $\Omega_{tot} = 1$  на момент а) рекомбинации ( $z = 1100, t = 380000$  лет), б) нуклеосинтеза ( $t \simeq 100$  с).