

# Сверхмассивные чёрные дыры и темп захвата звёзд в несферических ядрах галактик

Eugene Vasiliev  
David Merritt

Семинар ФИАН 22.01.2013

# План доклада

- Захват звёзд чёрной дырой, диффузия звёзд в фазовом пространстве и теория конуса потерь в случае сферической симметрии ядра галактики
- Орбиты звёзд в несферическом случае: особенности движения в осесимметричном и трёхосном потенциале
- Решение задачи о диффузии в осесимметричном случае; отличия от классической сферической задачи
- Темпы захвата звёзд в реальных галактиках

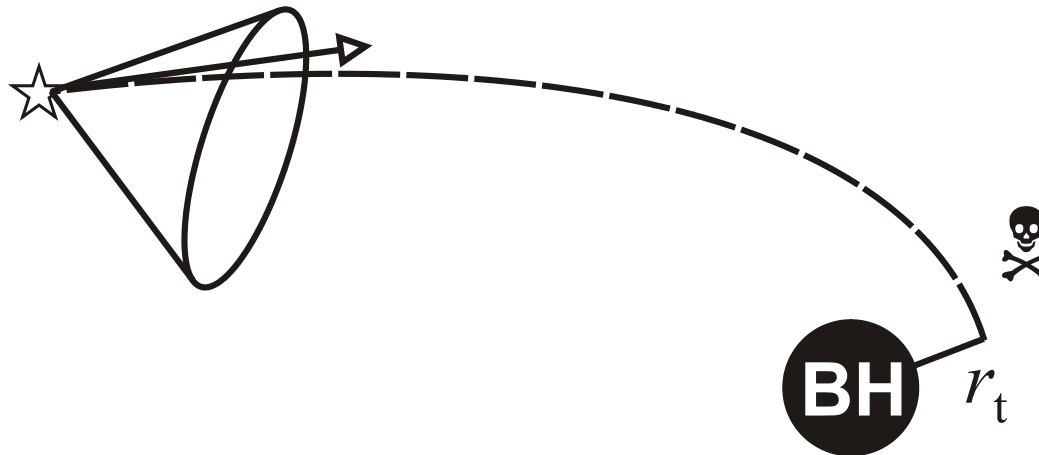
# Чёрные дыры и конус потерь

Чёрная дыра захватывает или разрушает звёзды, угловой момент которых меньше критического:

$$L^2 < L_{\bullet}^2 = \max\left(\frac{4GM_{\bullet}}{c}, GM_{\bullet}r_t\right),$$

(здесь  $r_t = r_{\star} \left(\frac{M_{\bullet}}{M_{\star}}\right)^{1/3}$  – радиус приливного разрушения).

Область фазового пространства  $L < L_{\bullet}$  называют "конусом потерь".



# Наполнение конуса потерь

Звёзды внутри конуса потерь исчезают за один радиальный период.

Что происходит дальше, зависит от того, как быстро конус потерь пополняется.

Рассеяние звёзд друг на друге (парная релаксация) стремится изотропизовать функцию распределения звёзд по угловому моменту, а захват их чёрной дырой создаёт «сток» в области малых угл. мом.

Релаксация эффективна на временах  $t_r \sim \frac{0.34\sigma^3}{G^2 \langle M_\star \rangle^2 n_\star \ln \Lambda}$

однако время релаксации может быть намного больше возраста Вселенной

Эволюция ф.р. описывается орбитально-усреднённым уравнением Фоккера-Планка (диффузии); коэф-т диффузии  $\sim 1/t_r$

Для начала рассмотрим случай сферической симметрии

# Эволюция распределения звёзд

Эволюция описывается уравнением Фоккера-Планка (в орбитально-усреднённой форме):

$$\frac{\partial f(E, R, t)}{\partial t} = \mathcal{G}^{-1} \left\{ \frac{\partial}{\partial E} \mathcal{G} \phi_E + \frac{\partial}{\partial R} \mathcal{G} \phi_R \right\}, \quad \mathcal{G} - \text{якобиан},$$

$$\phi_E = D_{EE} \frac{\partial f}{\partial E} + D_{ER} \frac{\partial f}{\partial R} + D_E f, \quad \phi_R = D_{ER} \frac{\partial f}{\partial E} + D_{RR} \frac{\partial f}{\partial R} + D_R f$$

$R = \frac{L^2}{L_c(E)^2} \in [0..1]$  – масштабированный квадрат момента импульса:

$L$  – момент импульса частицы,

$L_c(E)$  – момент импульса круговой орбиты с энергией  $E$ .

$D_i$  и  $D_{ij}$  – коэффициенты сноса и диффузии, определяемые гравитационным рассеянием на звёздах.

# Два режима эволюции

Звёзды внутри конуса потерь исчезают за один радиальный период.

Что происходит дальше, зависит от того, как быстро конус потерь пополняется.

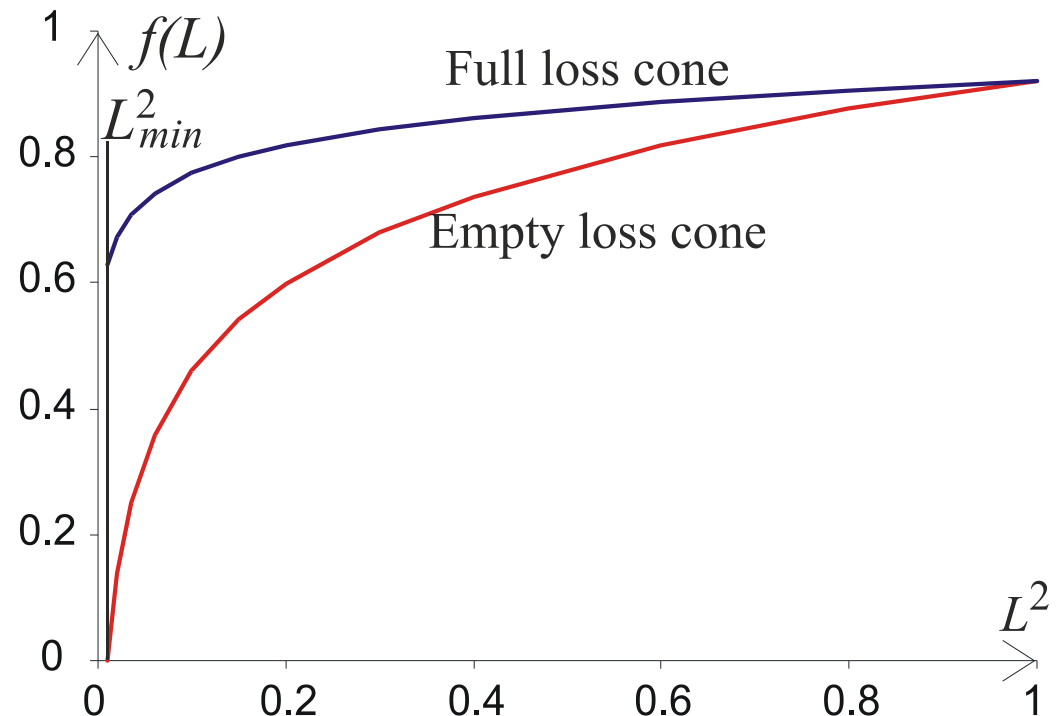
$\Delta L^2$  – среднее изменение момента за один орбитальный период.

$$\Delta L^2 \sim L_{\text{circ}}^2 \frac{T_{\text{orb}}}{T_{\text{rel}}}$$

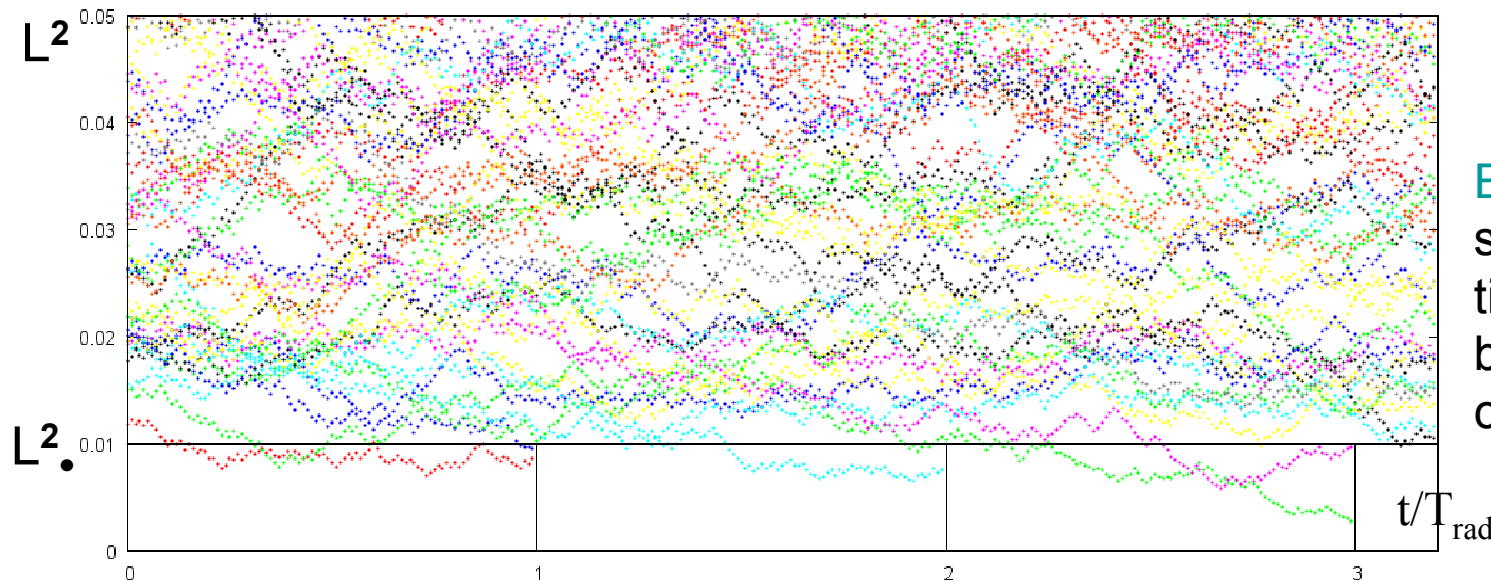
$\Delta L^2 \ll L_{\bullet}^2$  – пустой конус потерь

$\Delta L^2 \gg L_{\bullet}^2$  – полный конус потерь

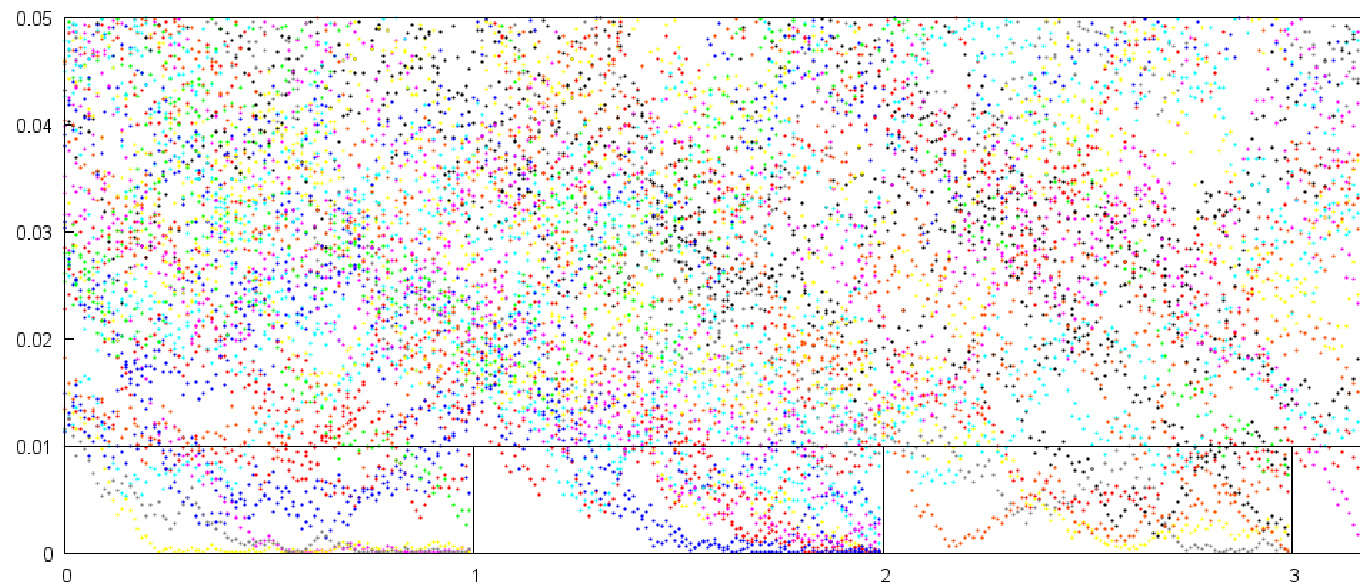
(режим зависит от энергии звезды, т.е. радиуса её орбиты)



# The concept of empty/full loss cone



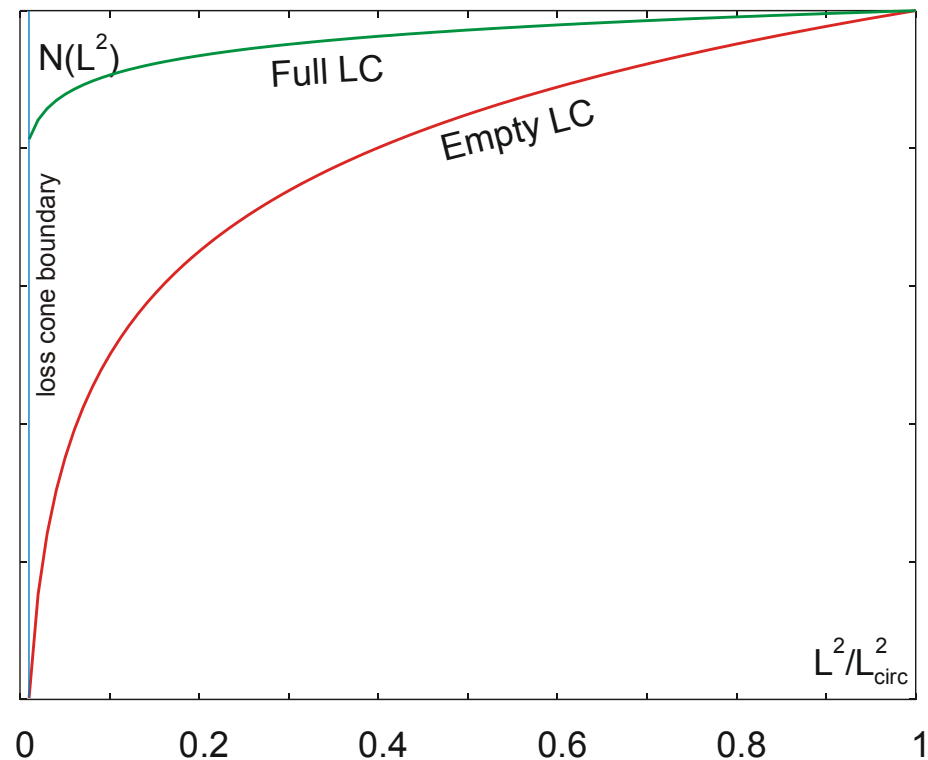
**Empty LC:**  
stars barely have time to enter LC before they get captured after  $T_{\text{rad}}$



**Full LC:**  
stars may enter and exit LC many times during one  $T_{\text{rad}}$

# Empty/full loss cone regimes in spherical galaxies

- Distribution function of stars in angular momentum is a solution to Fokker-Planck (diffusion) equation with a “sink” at loss cone boundary
- The global quasi-stationary solution at given E has a logarithmic profile:  
 $N(L^2) = N_0 + A \cdot \log(L)$
- In the **empty** loss cone regime, the capture rate is dominated by the slope of  $N(L)$ , i.e. limited by the diffusion coefficient
- In the **full** loss cone regime, capture rate is simply the size of loss cone divided by  $T_{\text{rad}}$
- Stars close to BH are in empty regime, outer parts of the galaxy may be in full loss cone regime





# Non-spherical nuclear star clusters

- Supermassive black hole  $M_{\text{bh}}$
- Stellar cusp (for example, a power law density profile  $\rho \sim r^{-\gamma}$ )
- Total gravitational potential (non-spherical):

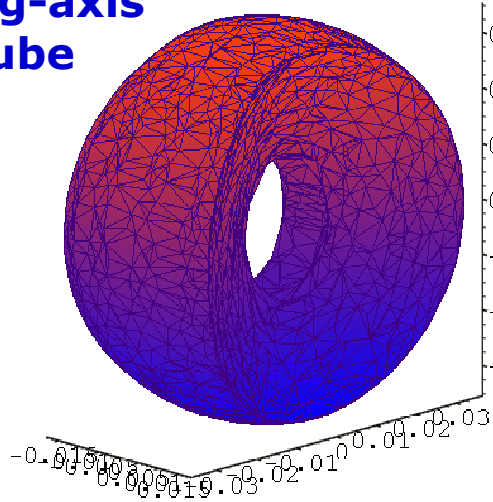
$$\Phi(\vec{r}) = -\frac{GM_{\text{bh}}}{r} + \Phi_{\star} \left( \frac{r}{r_0} \right)^{2-\gamma} \left( 1 + \varepsilon \frac{z^2}{r^2} + \eta \frac{y^2}{r^2} \right)$$

- Consider motion inside radius of influence  $r_{\text{infl}} = GM_{\text{bh}}/\sigma^2$   
=> dominant contribution to potential is from SMBH  
=> orbits are perturbed Keplerian ellipses  
which precess due to torques from stellar potential
- Orbital time  $T_{\text{rad}} \ll$  precession time  $T_{\text{prec}} \sim r_{\text{infl}}/\sigma$

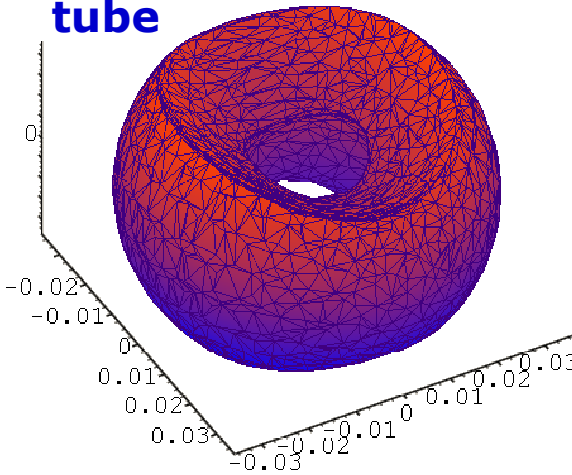
# Types of orbits in non-spherical star cluster around a supermassive black hole

Triaxial cluster:

**long-axis tube**

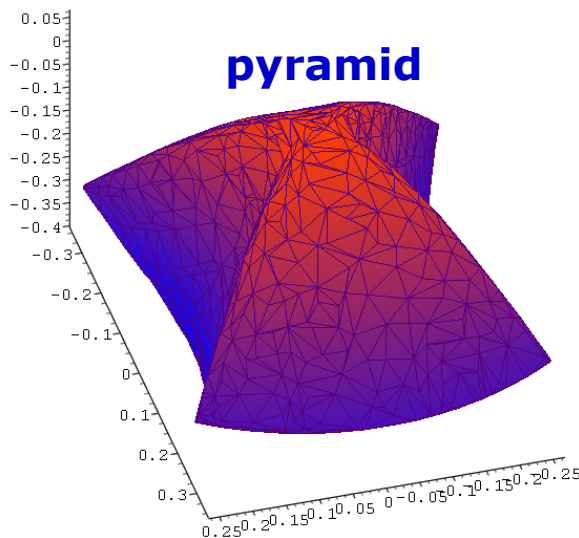


**short-axis tube**

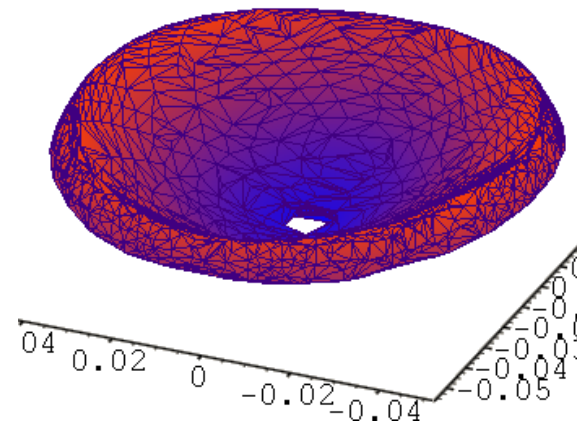


Axisymmetric cluster

**pyramid**



**saucer**



# Motion in a near-keplerian potential

$$\Phi(\vec{r}) = -\frac{GM_{\bullet}}{r} + \Phi_{\star} \left( \frac{r}{r_0} \right)^{2-\gamma} \left( 1 + \varepsilon \frac{z^2}{r^2} + \eta \frac{y^2}{r^2} \right)$$

- “Fast” timescale – radial period  $T_{\text{rad}} = \frac{2\pi r^3}{\sqrt{GM_{\bullet}}}$ .
- “Slow” timescale – precession period due to distributed mass  
 $T_{\text{prec}} = T_{\text{rad}} \frac{M_{\bullet}}{M_{\star}(r)}$ .

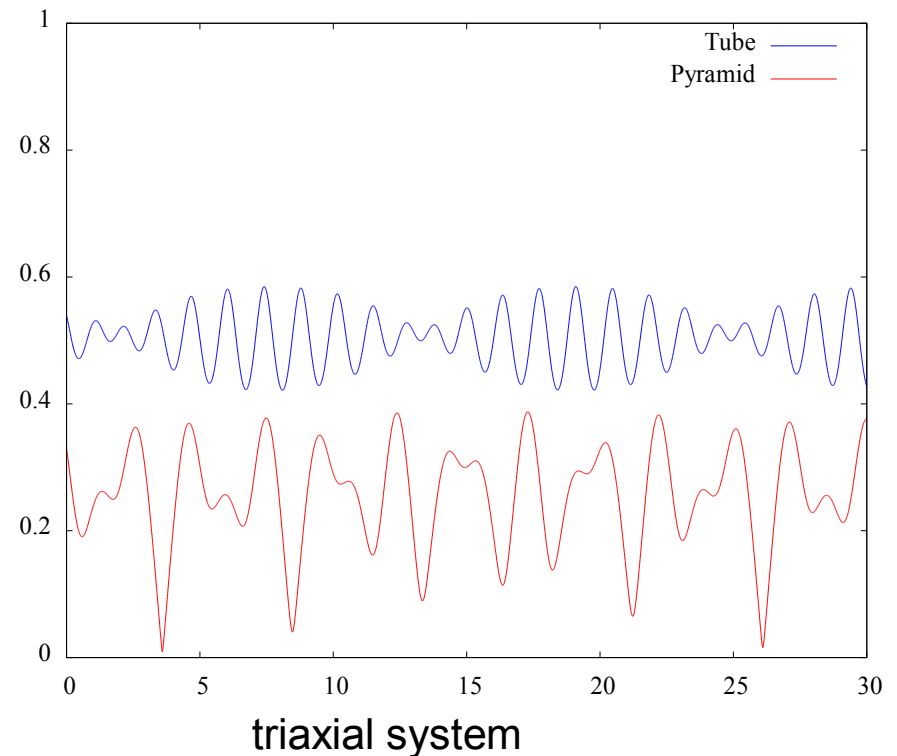
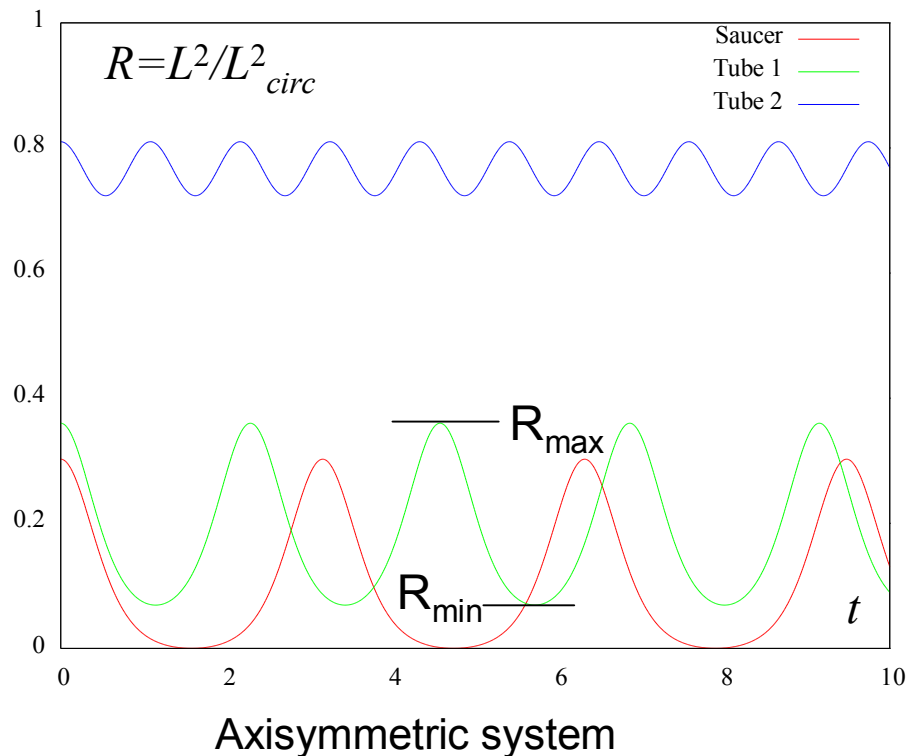
The separation of fast and slow timescales allows for the existence of an additional integral of motion  $\mathcal{H} = \oint_{\text{orbit}} \Phi_{\star}(r)$ .

In both axisymmetric and (weakly) triaxial cases the motion is **completely integrable**.

Integrals of motion: **E** (total energy), **H** (secular hamiltonian), **L<sub>z</sub>** (z-component of angular momentum) in axisymmetric case / another integral in triaxial case.

# Evolution of angular momentum of an orbit in a non-spherical nuclear star cluster

Three integrals of motion: total energy **E**, secular hamiltonian **H**, and a third integral **W** which is reduced to z-component of angular momentum  $L_z$  in axisymmetric systems. Total angular momentum squared,  $L^2$ , is not conserved but experiences oscillations between  $R_{\min}$  and  $R_{\max}$  with characteristic period  $\sim T_{\text{prec}}$ , and amplitude  $\sim \varepsilon$ .



# “Extended loss region” in a non-spherical nuclear star cluster

The region of **phase space** (E, H, W) occupied by orbits for which the squared angular momentum  $L^2$  may drop below the capture boundary  $L_c^2$  is called “**extended loss region**”

- For axisymmetric systems, the condition of being in the extended loss region is  $L_z < L_c$  and  $\langle L^2 \rangle < \epsilon$  (i.e. only a fraction  $\sim \epsilon$  of orbits with z-component of angular momentum below capture boundary may actually be captured).
- For triaxial systems, **all pyramid orbits**<sup>(\*)</sup> are centrophilic (i.e. may attain arbitrary low values of angular momentum), their fraction in the total population is  $\sim \epsilon$ .

<sup>(\*)</sup> relativistic effects change this conclusion for most tightly-bound orbits

# Difference between spherical, axisymmetric and triaxial nuclear star clusters

	Spherical	Axisymmetric	Triaxial
Fraction of stars with $L^2_{\min} < X = L^2$ .	$\propto X$	$\propto \sqrt{X\varepsilon}$	$\propto \varepsilon$
Fraction of time that such a star has $L^2 < X$ (i.e. capture probability)	1	$\sqrt{X}$	$X$
Survival time of such stars (assuming they are captured immediately after reaching $L^2 < R_{\text{capt}}$ )	$T_{\text{rad}}$ ( $10^{1-5}$ yr)	$> \sim T_{\text{prec}}$ ( $> 10^{5-6}$ yr)	may be longer than $10^{10}$ yr

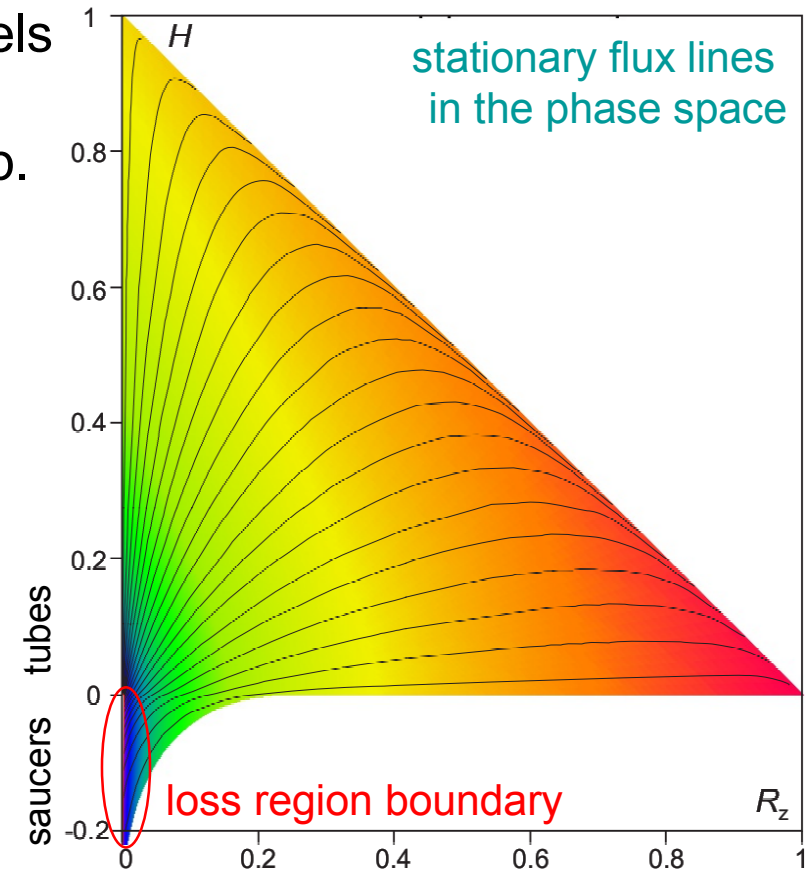
(timescales for Milky Way nucleus)

but that may not be true in the presence of relaxation

—————→  
 fraction of stars in the loss region  
 timescale for draining the loss region **increases**

# Non-spherical galaxies: the effects of two-body relaxation

- For the axisymmetric case, the size of the loss region is quite small and the draining time is typically shorter than the age of a galaxy => need to consider two-body relaxation and repopulation of loss region
- Use two-dimensional Fokker-Planck models in the space of integrals of motion ( $H$ ,  $L_z$ ) to compute steady-state solution for distrib. fnc. and evaluate the capture rate
- Most of captures occur from saucer orbits
- Effectively the capture boundary is larger than in the spherical case, but only in the empty loss cone regime

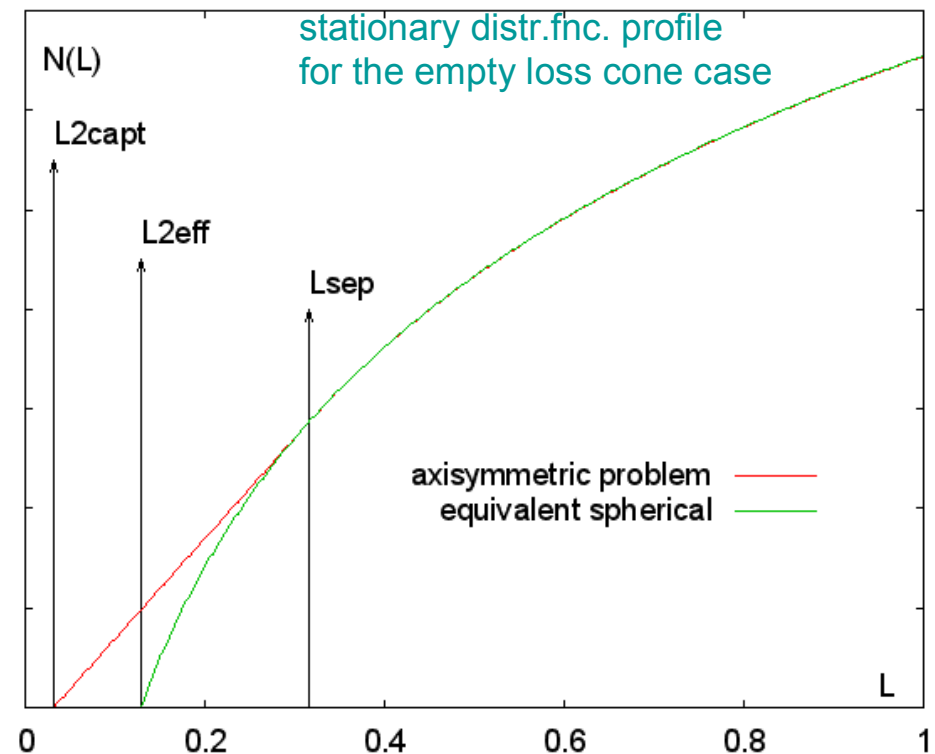


# Axisymmetric galaxies: equivalent spherical-case approximation

- Capture rate is always  $\sim f(L_{\bullet})/T_{\text{rad}}$ , but how is  $f(L_{\bullet})$  related to the average  $f$ ?
- In the full loss-cone regime,  $f(L_{\bullet}) \sim f_{\text{av}}$ , so there is no difference with spherical case
- In the opposite (empty) regime,  $f(L_{\bullet}) \ll f_{\text{av}}$ , and the overall profile of  $f(L)$  is close to logarithmic for large  $L$ ; the slope of the profile is determined by diffusion coefficient which is the same as in spherical case, but the size of the loss region is larger.
- Stationary flux depends on the size of the loss region only logarithmically:

$$\mathcal{F}_{\text{capt}} \simeq \frac{f_{\text{av}}}{\ln(1/L_{\text{eff}})}$$

the equivalent l.r. size  $L_{\text{eff}} \sim 10^{-2}$   
instead of  $10^{-6}$



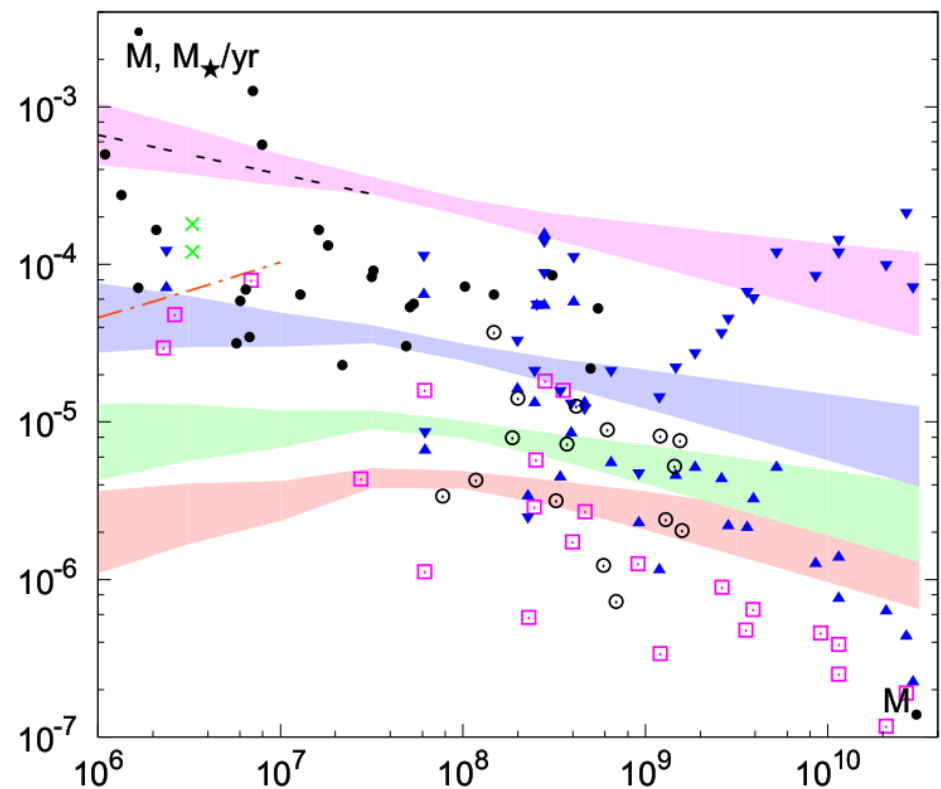
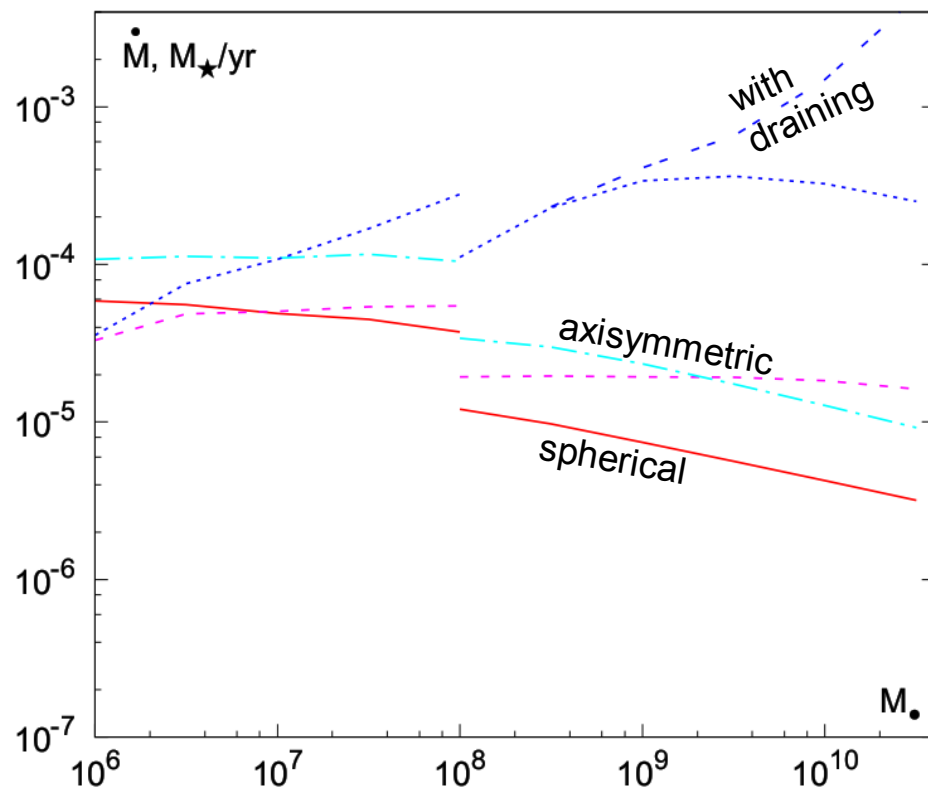


# Capture rates for realistic galaxies

...are in the range  $\sim 10^{-5} - 10^{-4}$  yr $^{-1}$  per galaxy, decreasing with black hole mass

In the axisymmetric case the capture rates are few times higher

For the most massive black holes draining time is longer than galaxy age



## Заключение

- В несферических галактических ядрах угловой момент звёзд  $L$  изменяется не только за счёт парной релаксации, но и за счёт регулярной прецессии в потенциале, создаваемом другими звёздами.
- Это упрощает захват чёрной дырой звёзд с малым угловым моментом  $L$ : расширенный конус потерь для звёзд с  $L^2_{\min} < L^2$ , не только  $L^2 < L^2$ .
- Время жизни звёзд в расширенном конусе потерь  $T_{\text{drain}}$  обычно гораздо меньше возраста галактики в осесимметричном случае, и сравнимо либо больше него в трёхосном случае.
- На временах  $T \gg T_{\text{drain}}$ , темп захвата звёзд определяется по-прежнему парной релаксацией, но при этом эффективный «размер» области потерь больше, чем в сферическом случае.
- Стационарный темп захвата в осесимметричном случае по сравнению со сферическим может быть в несколько раз выше, но только для режима пустого конуса потерь. Типичные значения находятся в диапазоне  $10^{-5} - 10^{-4}$  событий в год на галактику.