

Резонансная релаксация в окрестностях сверхмассивных чёрных дыр

Евгений Васильев (ФИАН)

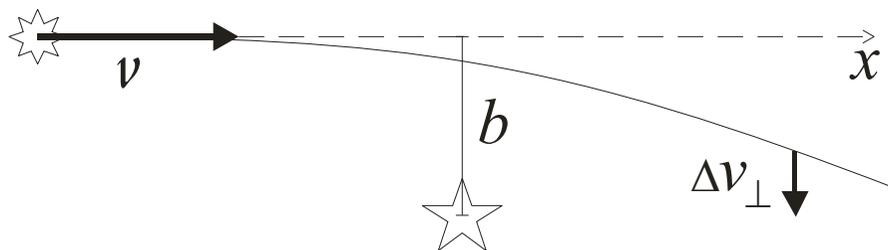
План доклада

- «обыкновенная» (парная) релаксация и её отличие от резонансной релаксации
- скалярная и векторная резонансная релаксация
- методы расчёта эффективности релаксации
- астрофизические приложения
- применение к несферическим звёздным системам

Литература:

Rauch & Tremaine 1996; Rauch & Ingalls 1998;
Hopman & Alexander 2006; Gurkan & Hopman 2007;
Eilon, Kupi & Alexander 2009; Kocsis & Tremaine 2010;
Madigan, Hopman & Levin 2010 (in prep.)

Обычная (парная) релаксация



изменение скорости за
одно «столкновение»

$$\Delta v_{\perp} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Gmb}{(x^2 + b^2)^{3/2}} \frac{dx}{v} = \frac{2Gm}{bv}$$

средний темп изменения скорости
(случайное блуждание)

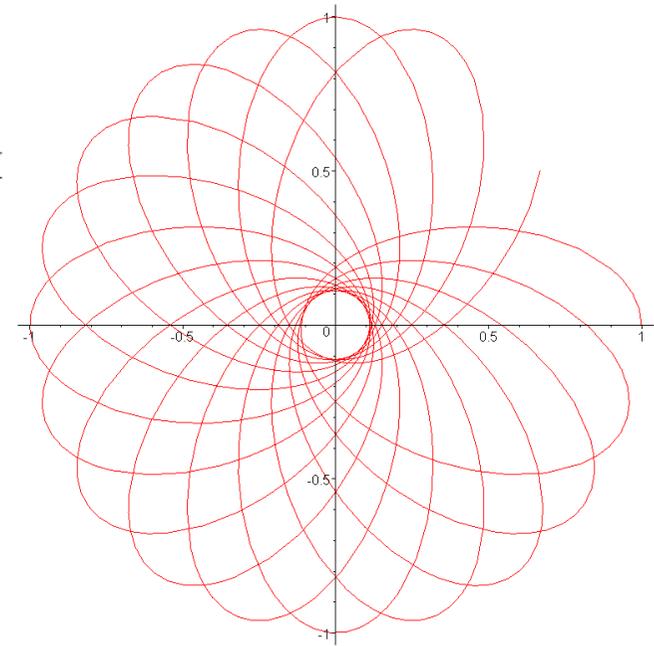
$$\frac{d}{dt}(v^2) = \int \Delta v^2 n v 2\pi b db = 8\pi n \frac{(Gm)^2}{v} \ln \Lambda$$

Время релаксации

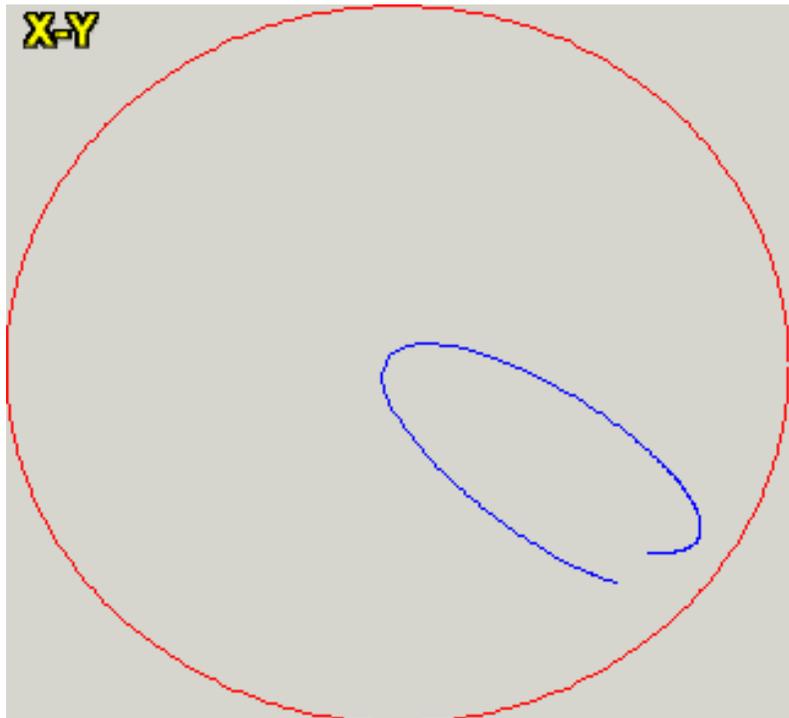
$$T_{rel} = \frac{v^2}{dv^2/dt} = \frac{v^3}{8\pi(Gm)^2 n \ln \Lambda} \simeq t_r \frac{M_{\bullet}^2}{m_{\star}^2 N \ln \Lambda}$$

Орбиты звёзд в окрестности сверхмассивной чёрной дыры

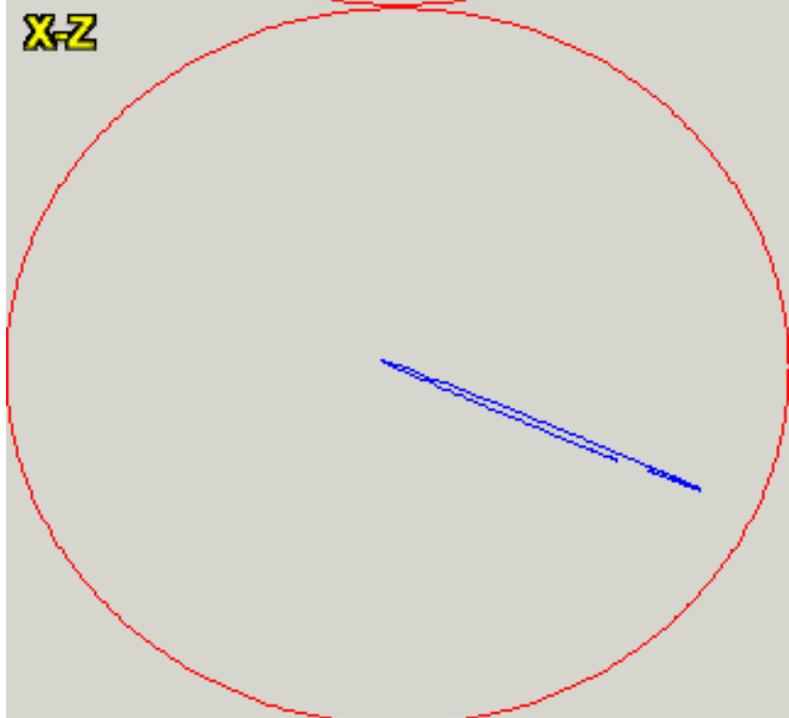
- На временах порядка (радиального) орбитального периода $t_r = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM_\bullet}}$ – почти замкнутые кеплеровские эллипсы;
- На временах порядка периода прецессии $t_p \simeq t_r M_\bullet/M_\star(a)$ – розетки;
- В не-сферически-симметричном потенциале орбитальная плоскость прецессирует на временах $t_o \gtrsim t_p$.



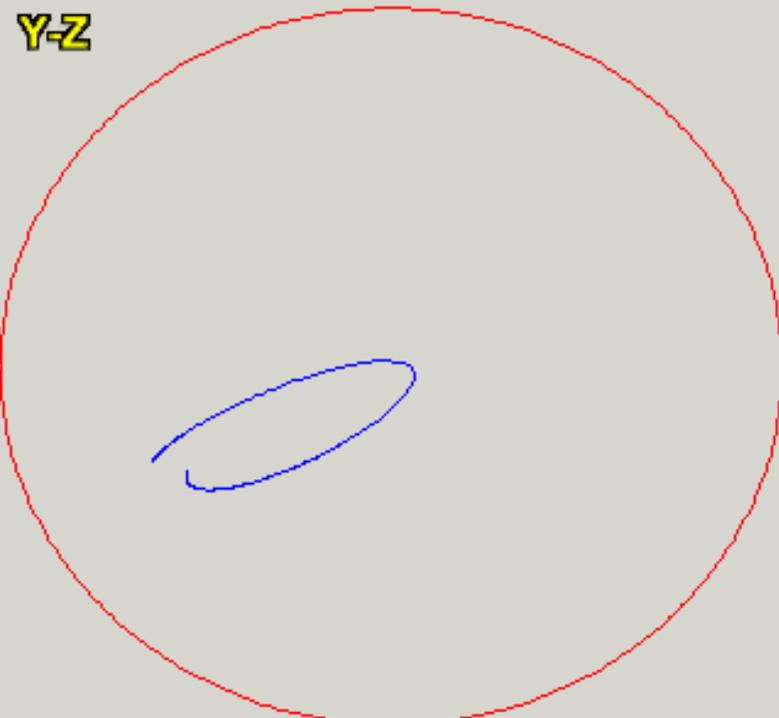
X-Y



X-Z



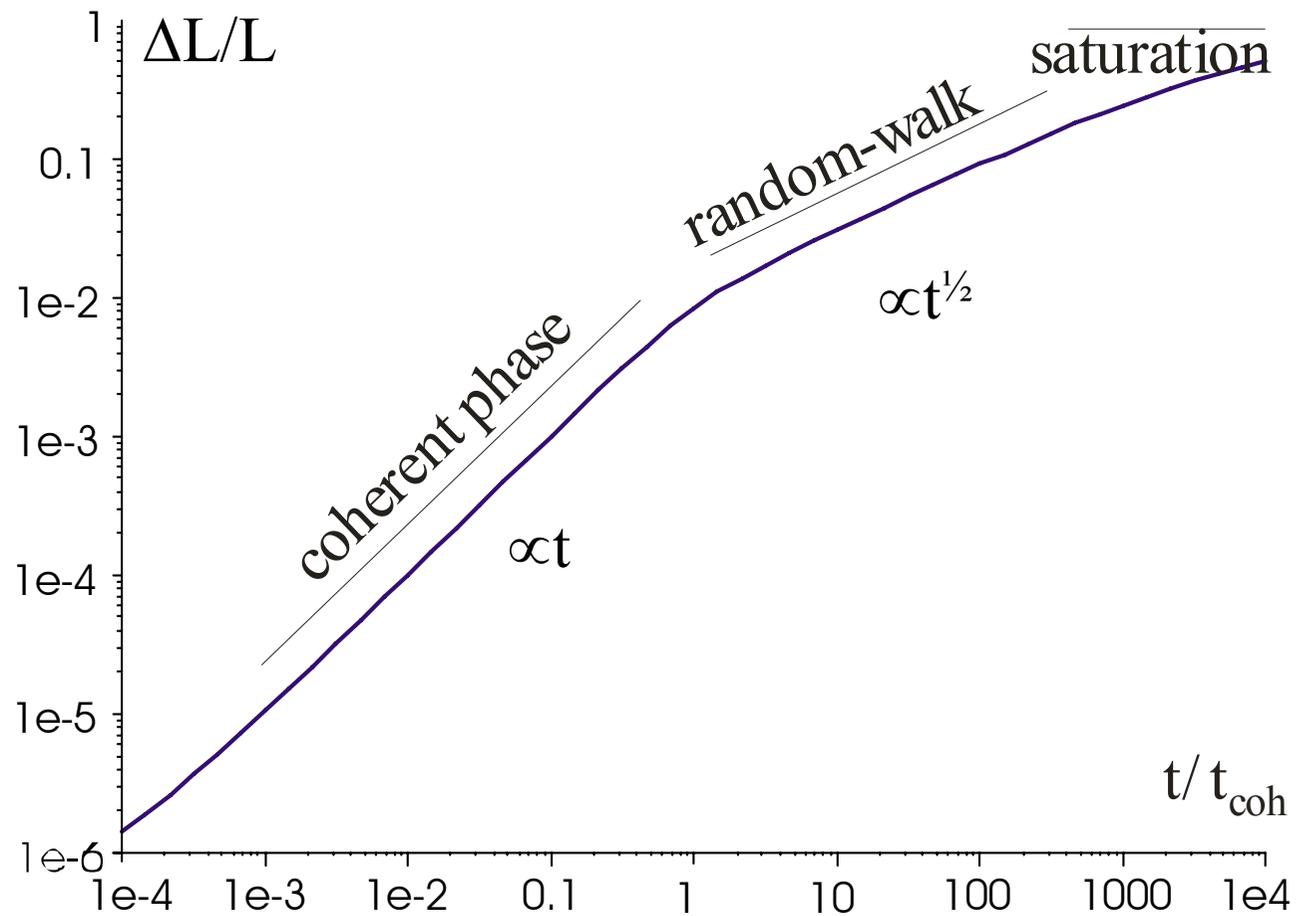
Y-Z



«резонансный» характер парного взаимодействия

- резонанс между радиальным и угловым периодом орбиты (точный в случае чисто кеплеровского движения) приводит к бóльшему времени когерентности (последовательные события рассеивания не независимы)
- на протяжении времени когерентности поправки к скорости складываются линейно, а не среднеквадратично
- взаимное влияние орбит описывается моментом сил между двумя эллипсами
- резонансное рассеяние приводит к изменению момента импульса, но не энергии (т.к. потенциал эллипса стационарен)

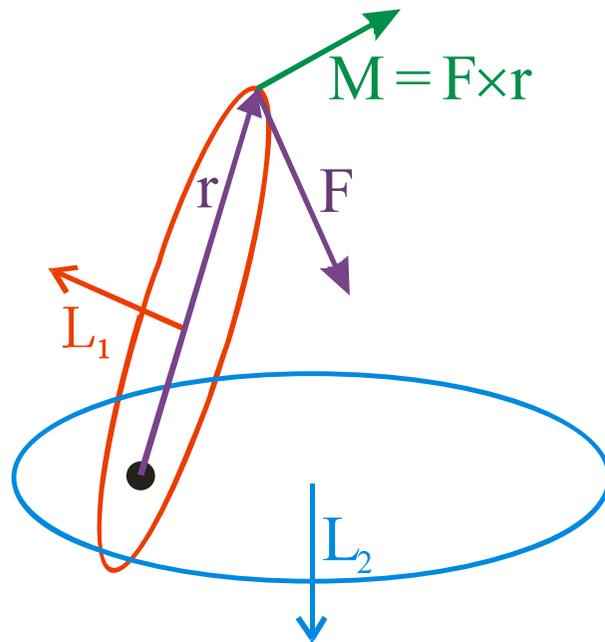
характер изменения момента при РР



Два вида резонансной релаксации

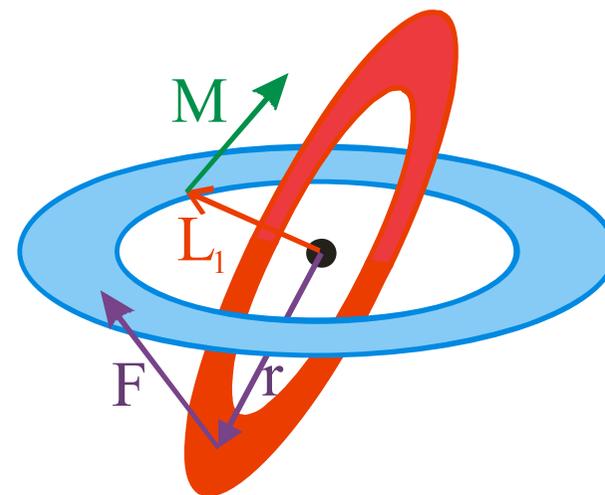
- скалярная:

взаимодействие между кеплеровскими эллипсами; изменяет модуль и направление вектора углового момента



- векторная:

взаимодействие между кольцами (розетками); изменяет только направление вектора углового момента, но не модуль.



Скалярная релаксация

Время когерентности определяется временем прецессии направления большой полуоси эллипса.

Прецессия обусловлена:

а) распределённой массой звёзд внутри данной орбиты

$t_p \simeq t_r \frac{M_\bullet}{N(a)m_\star}$, где m_\star - масса одной звезды,

$N(a)$ - число звёзд внутри орбиты данного радиуса

(Ньютоновская прецессия);

б) смещением периастра за счёт ОТО (релятивистская прецессия)

$t_p \simeq t_r \frac{a}{r_g} \frac{L^2}{L_c(a)^2}$, где a - радиус орбиты, r_g - радиус Шварцшильда,

L_c - макс. момент круговой орбиты с радиусом a .

Средний момент сил, действующий на орбиту из-за случайных флуктуаций в положении других звёзд

$$\mathcal{M} = \left| \frac{d\mathbf{L}}{dt} \right| \approx \sqrt{N} \frac{Gm_\star}{a} = L_c \frac{\sqrt{N} m_\star}{M_\bullet} 2\pi t_r^{-1}$$

Этот момент сил сохраняется на протяжении времени когерентности $t_{coh} \simeq \min(t_{p,N}, t_{p,GR})$, за это время момент импульса изменяется на $(\Delta|\mathbf{L}|)_{coh} \simeq L_c/\sqrt{N}$ (для ньютоновской прецессии).

Время релаксации определяется как время, необходимое для изменения момента импульса на величину порядка L_c ; поскольку при $t \gtrsim t_{coh}$ процесс имеет характер случайного блуждания, то

$$T_{rel,s} = t_{coh} \left(\frac{L_c}{(\Delta|\mathbf{L}|)_{coh}} \right)^2 \simeq t_r \frac{M_\bullet}{m_\star}$$

Для сравнения, время обычной (нерезонансной) релаксации

$$T_{rel,NR} \simeq t_r \frac{M_\bullet^2}{m_\star^2 N \ln \Lambda}$$

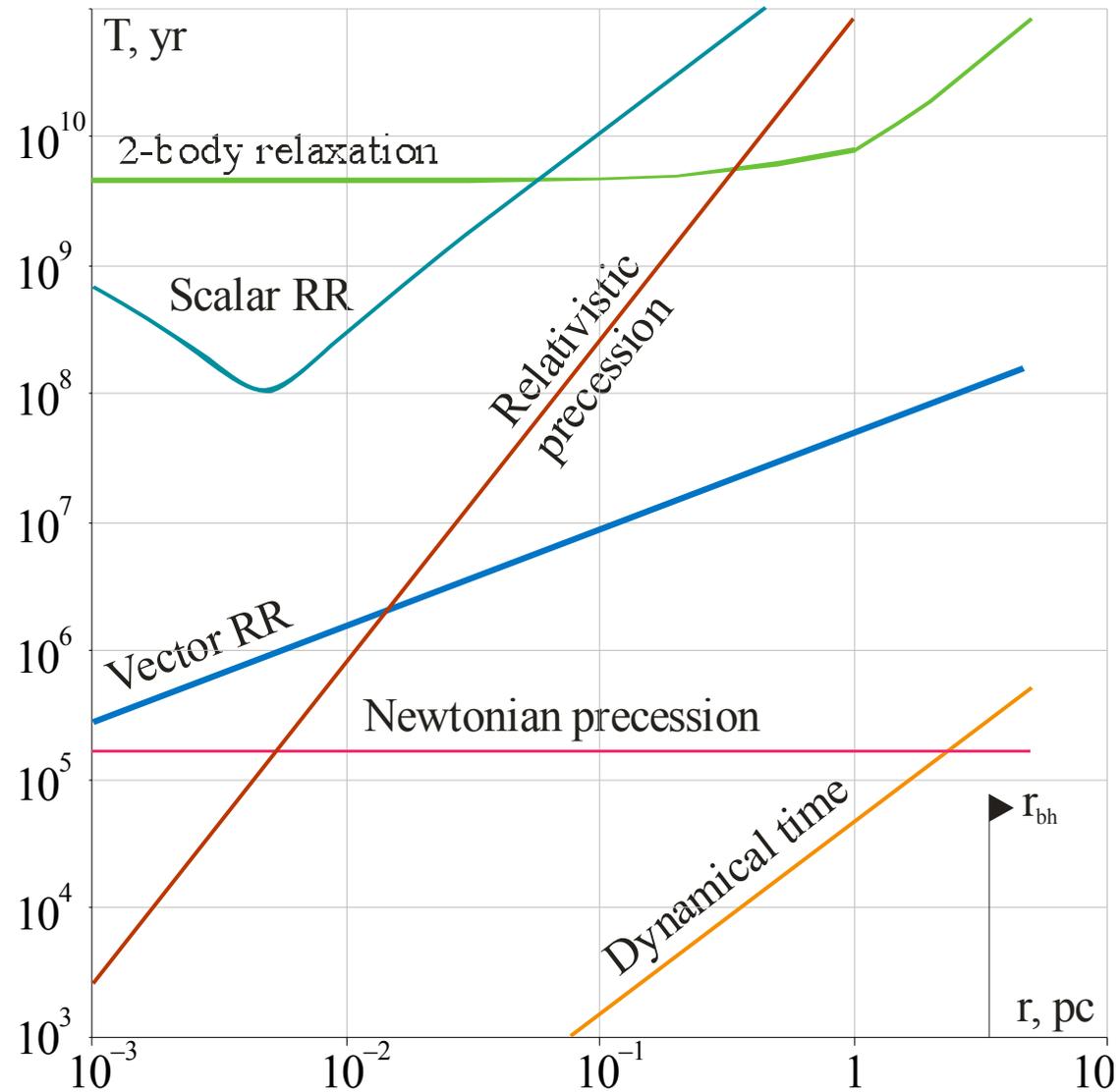
Векторная релаксация

- действует в любом сферически-симметричном потенциале;
- работает на временах $\gtrsim t_p$, когда орбиты выглядят как кольца;
- не подавляется релятивистской прецессией;
- изменяет только направление, но не модуль вектора момента импульса.

При отсутствии других факторов изменение орбитальной плоскости, вызывающее декогеренцию, происходит только за счёт самой релаксации.

$$\text{T.o. } T_{rel,v} = t_{coh,v} = \frac{L_c}{|d\mathbf{L}/dt|} \simeq t_r \frac{M_\bullet}{\sqrt{N} m_\star} \simeq \frac{T_{rel,s}}{\sqrt{N}}.$$

Характерные времена для нашей Галактики



Методы расчёта резонансной релаксации

1. орбитально-усреднённый (вычисление моментов сил между двумя эллипсами): Rauch & Tremaine 1996 (unused); Gurkan & Norman 2007; Touma, Tremaine & Kazandjian 2009 (Gauss' method) – использующий преимущества описания рассматриваемой физической системы; потенциально позволяет моделировать эволюцию N-эллипсов и определение времени когерентности.
2. Прямой N-body (сложности: необходим точный интегратор для избежания «численной» прецессии на больших временах; реализуем пока только для ограниченного числа «тестовых» звёзд в присутствии невзаимодействующих «фоновых» звёзд): Rauch & Tremaine 1996; Eilon et al 2009; Madigan et al 2010. Позволяет напрямую измерять время когерентности (корреляционный анализ). М.б. дополнен Монте-Карло / Фоккер-Планковским методом на больших временах.

Методы расчёта резонансной релаксации

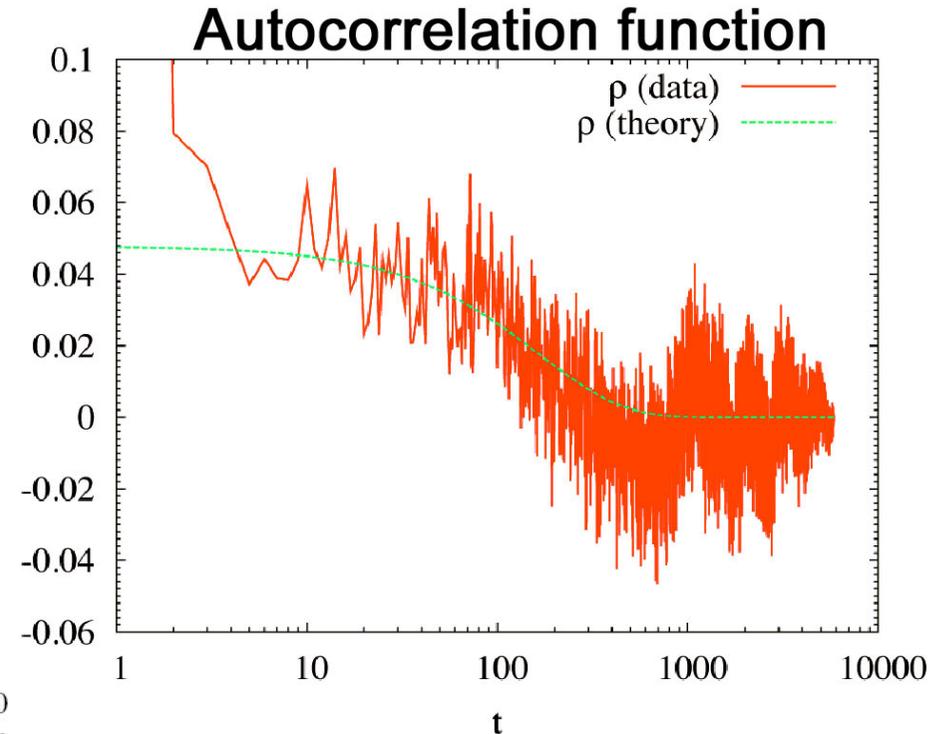
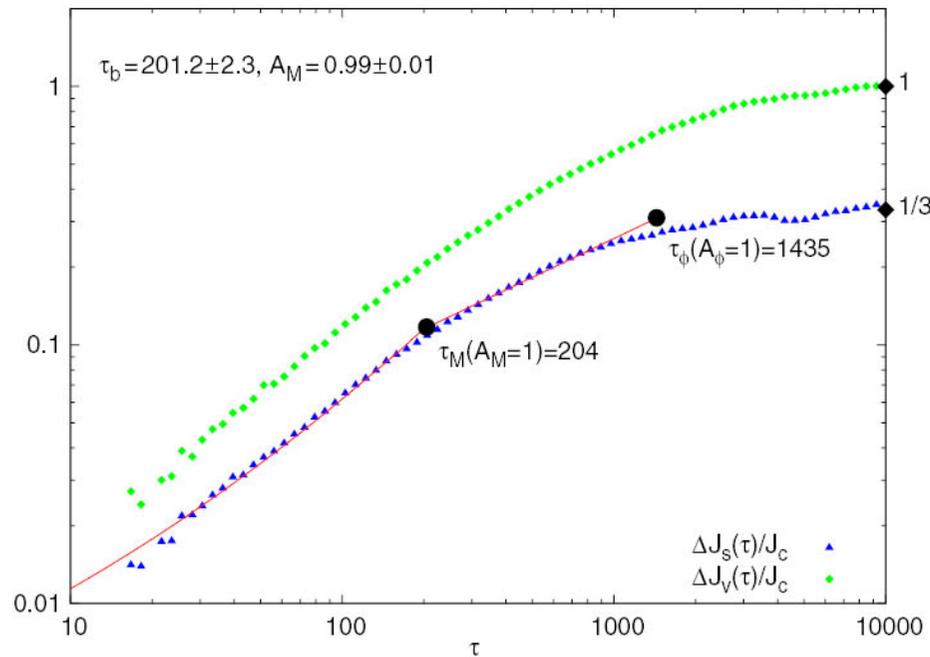


Figure 5. Long-term relaxation in a $Q = 10^4$ simulation with $N = 50$ particles and a $\gamma = 1$ density profile. The theoretical composite correlation curve (Equation (14)) for scalar RR (line) is fitted across the coherent ($\tau < \tau_M$) and random-walk phases to the simulated data (points) (see Figure 1). The theoretical estimates of τ_M and τ_ϕ are shown for $A_M = A_\phi = 1$ (Equations (4) and (5)). The derived best fit for this simulation is $A_M = 0.99 \pm 0.01$. As expected (Section 4.2), the coherent ($\propto \tau$) phase of the vector RR correlation curve extends only up to τ_M , and not τ_ϕ , and it does not show a clear random-walk phase. Also shown are the theoretical asymptotic $\tau \gg \tau_\phi$ values of the correlation curves (diamonds) (Section 4.2).

Madigan et al.2010

Eilon et al.2009

Астрофизические приложения скалярной РР

1. Увеличение потока звёзд в чёрную дыру (умеренное, из-за ограничений по времени когерентности)

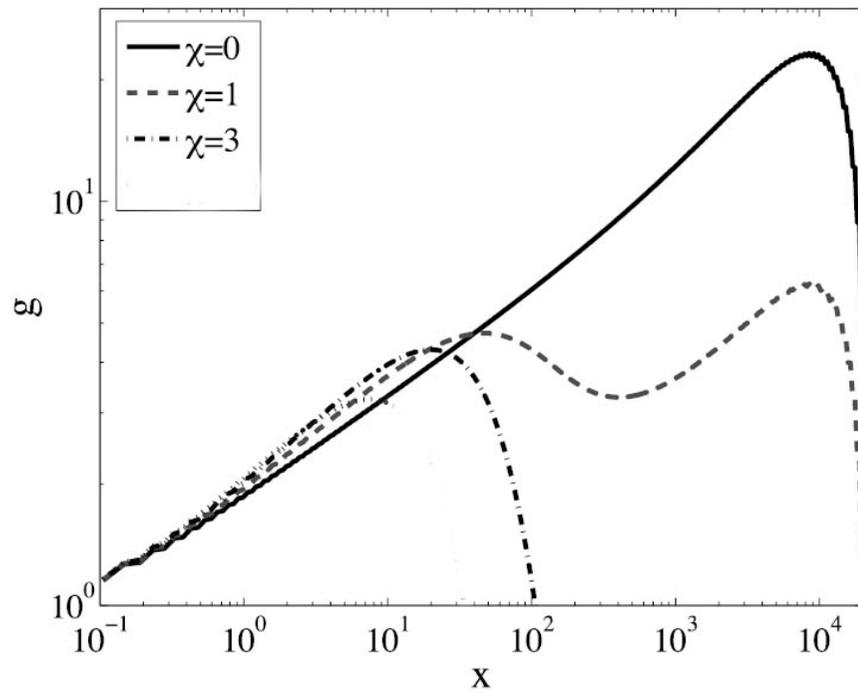


FIG. 2.—Growth of a cusp in the presence of RR, with the same initial conditions as in Fig. 1 in the presence of the NR and RR sink terms for RR efficiency factors of $\chi = 0, 1, 3$, and 10 . For RR efficiency factor $\chi \gtrsim 3$, RR leads to an exponential cutoff of the DF at high energies.

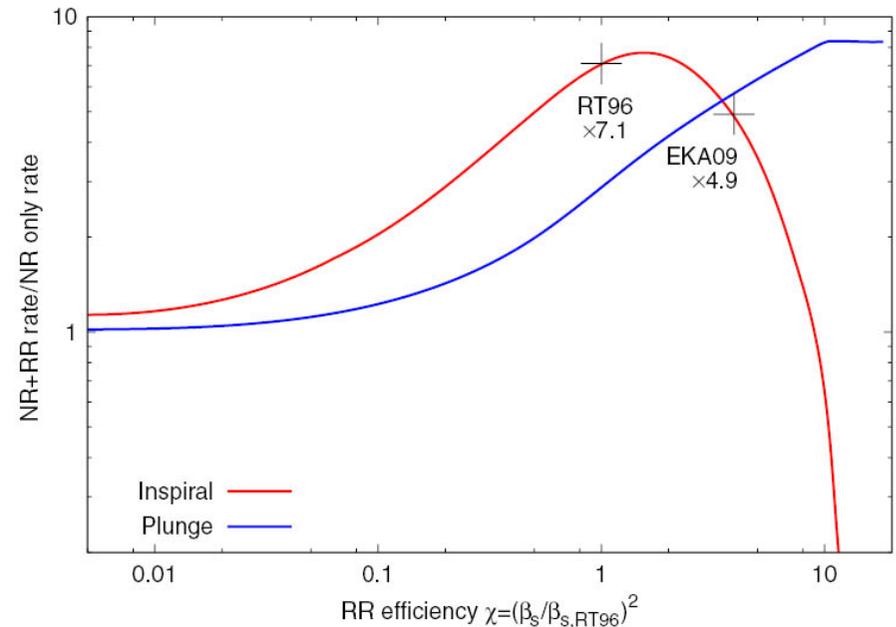
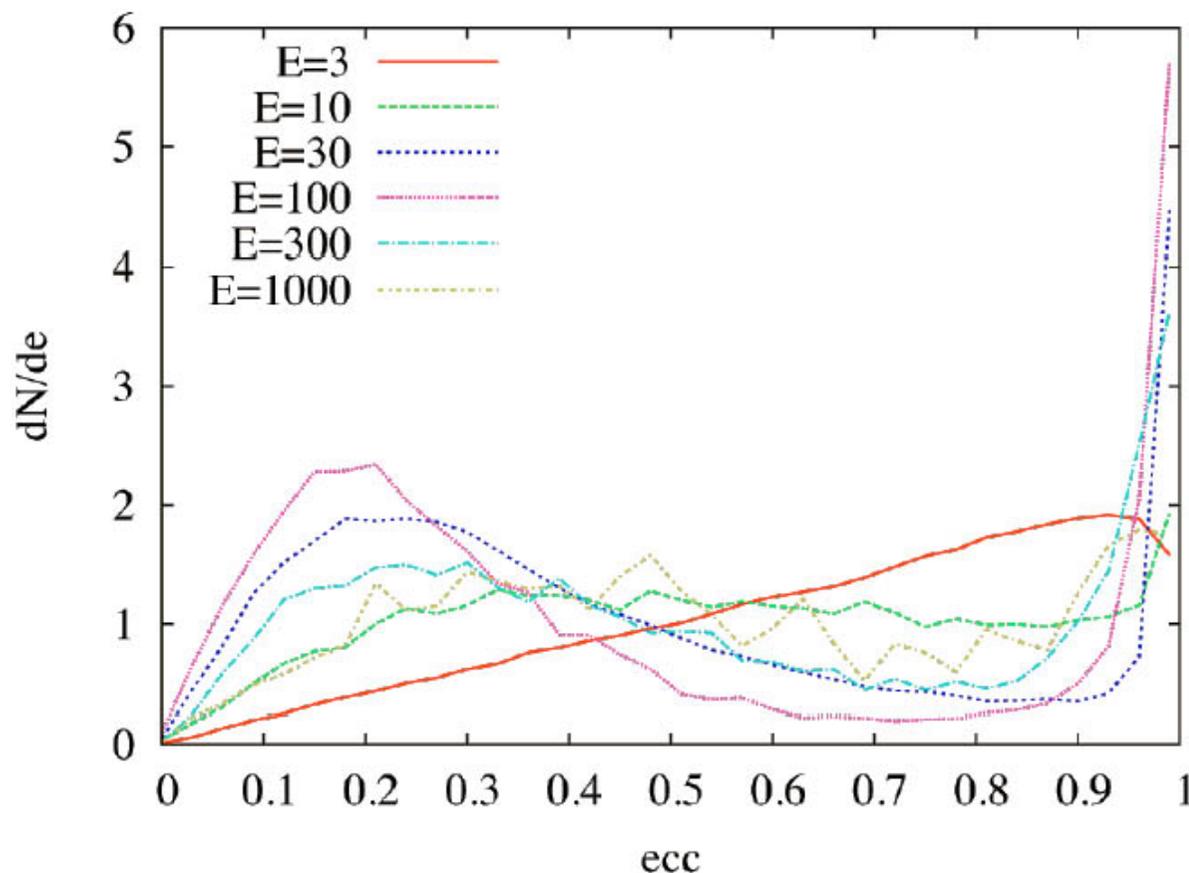


Figure 6. Change in the EMRI and plunge rates relative to that predicted assuming only NR, as function of the RR efficiency χ (adapted from Hopman & Alexander 2006; Figure 5). The RT96 estimate of β_s ($\chi = 1$) predicts an increase of $\times 7.1$ in the EMRI rate due to RR, close to the maximum. Our (EKA09) new measured RR efficiency ($\chi = 3.9$) predicts a higher plunge rate and thus a smaller increase of $\times 4.9$ in the EMRI rate.

Астрофизические приложения скалярной РР

2. Объяснение высоких эксцентриситетов S-звёзд



эффективность
скалярной релаксации
сильно зависит от e

равновесное распределение
звёзд по эксцентриситетам
(Madigan et al.2010)

Астрофизические приложения векторной РР

3. объяснение изгиба диска молодых звёзд ($r \sim 0.05\text{--}0.5$ pc);
4. определение равновесного распределения по направлению L

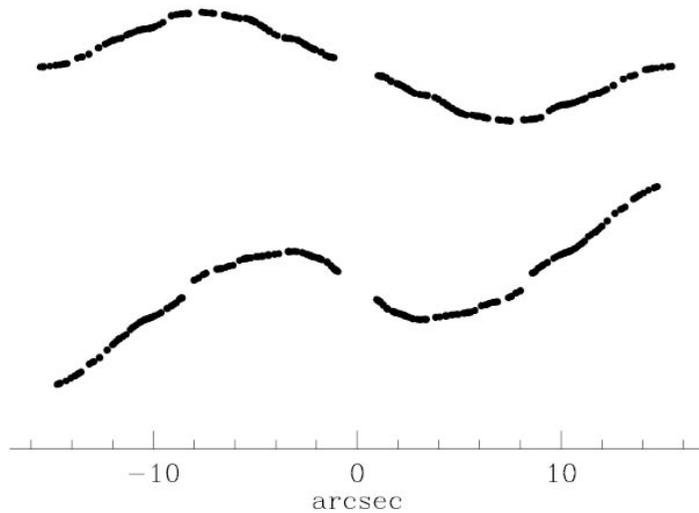
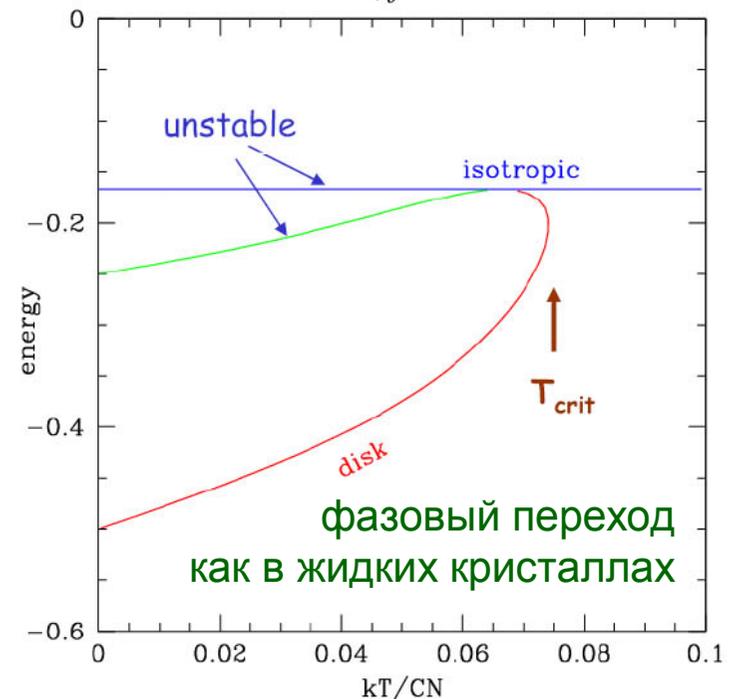


Figure 6. Two orthogonal cross-sections of a disc subjected to vector resonant relaxation. The parameters of the disc and the stellar cluster in which it is embedded are described in §5. The disc was initially horizontal. The calculation is based on the assumption that the inclinations are small and the results presented here are large enough that this approximation is not quantitatively accurate. Only stars with mass $> 20 M_{\odot}$ are shown but the stars of lower mass have the same thin, warped distribution. The simulation assumes that the disc age $t = 6$ Myr and the effective mass in the stellar cluster is $m_2 = 10 M_{\odot}$; the inclinations scale as $m_2^{1/2}$.

Kocsis & Tremaine 2010

ГАМИЛЬТониАН ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

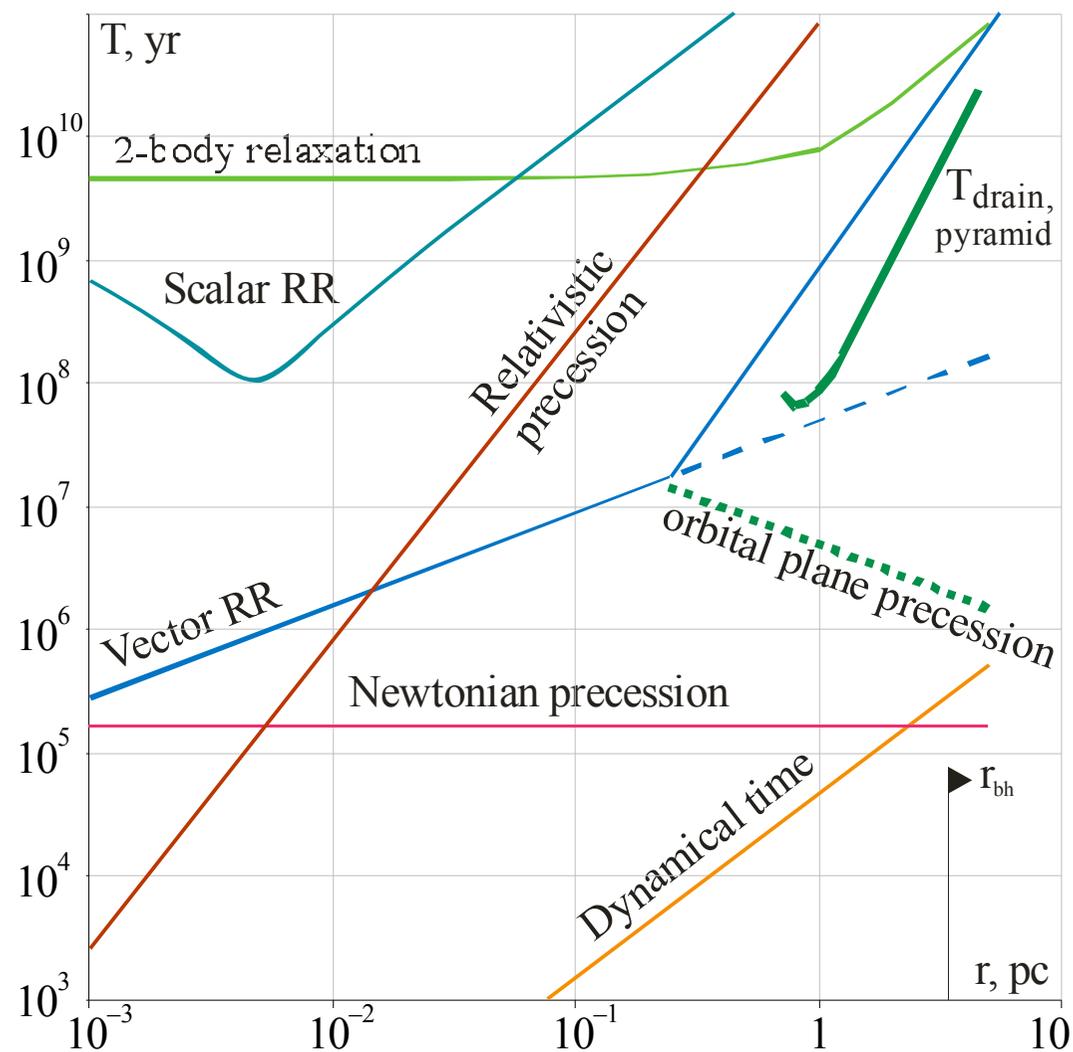
$$H = -\frac{1}{2} C \sum_{i,j=1}^N \cos^2 \theta_{ij}$$



Векторная РР в несферических системах

при наличии других механизмов, влияющих на прецессию орбитальной плоскости, они будут ограничивать время когерентности и подавлять векторную релаксацию.

в случае трёхосной структуры потенциала звёзд время векторной РР может быть сравнимо или больше, чем время поглощения звёзд с пирамидных орбит (бесстолкновительная релаксация; Merritt & Vasiliev 2010)



Заключение

- В окрестности сверхмассивной чёрной дыры рассеяние звёзд друг на друге происходит когерентным образом, т.е. на протяжении многих орбитальных периодов.
- Резонансная релаксация часто гораздо эффективнее обычной: скалярная PP изменяет модуль углового момента, но подавляется релятивистской прецессией; векторная PP происходит быстрее, но изменяет только направление момента.
- PP может приводить к ряду интересных астрофизических явлений, в частности, усиливать темп захвата звёзд чёрной дырой.
- PP в несферических звёздных системах ещё подлежит изучению.